

ESTUDIO DE LA RELACIÓN ENTRE TIPO ESTRUCTURAL Y FUNCIÓN BIOLÓGICA EN LA TELA DE ARAÑA ORBICULAR

TESIS DOCTORAL: ALEJANDRO MAHY SOLER TRUJILLO

DIRECTOR: RAMÓN ZAERA POLO

MADRID, 2017



Universidad
Carlos III de Madrid
www.uc3m.es

TESIS DOCTORAL

Estudio de la relación entre tipo estructural y función biológica en la tela de araña orbicular

Autor:

Alejandro Mahy Soler Trujillo

Director:

Ramón Zaera Polo

**DEPARTAMENTO DE MECÁNICA DE MEDIOS CONTINUOS
Y TEORÍA DE ESTRUCTURAS**

Leganés, octubre 2017



Universidad
Carlos III de Madrid
www.uc3m.es

TESIS DOCTORAL

Estudio de la relación entre tipo estructural y función biológica en la tela de araña orbicular

Autor: *Alejandro Mahy Soler Trujillo*

Director: **Ramón Zaera Polo**

Firma del Tribunal Calificador:

Firma

Presidente:

Vocal:

Secretario:

Calificación:

Leganés, de de

A mi familia,
a aquellos que estuvieron
a aquellos que estarán

Agradecimientos

Me gustaría agradecer el apoyo recibido a toda la gente que ha estado a mi lado durante estos años y que de alguna u otra manera han hecho posible esta tesis doctoral.

En primer lugar a mis padres y a mi hermano, por haber estado siempre a mi lado y ser ese gran apoyo para mí. Esta tesis no es nada comparado con lo que hemos superado juntos estos años.

A Elena, porque tenerte a mi lado durante todos estos años ha sido mi gran suerte, porque solo tú sabes lo que ha costado este trabajo, nunca te podré agradecer lo suficiente que seas mi compañera en este viaje.

A Ramón Zaera, ha sido un placer poder trabajar a tu lado no solo en lo profesional, sino también por lo humano. Siempre te agradeceré que me hayas dado tantas oportunidades desde el Proyecto Fin de Carrera, donde empezamos esta aventura con las arañas, hasta la finalización de esta tesis. Gracias por todo.

I would like to sincerely thank to Fritz Vollrath for giving me the opportunity to have a predoctoral stay in the Oxford Silk Group and to welcome me with such humanity and closeness. To Beth Mortimer for all the support and time she gave me, not only during the months I spent there, but also for all the work we've done together to date, it has been a pleasure working with you. Overall, I would like to thank all the people of Oxford with whom I could enjoy a few pints in the pub, especially Alex, Nick, Kate and Rhodri. I will always be grateful.

A Antonino Morassi por habernos permitido ampliar las fronteras de los modelos de telas de araña con su enorme experiencia y conocimiento.

A todo el departamento de Mecánica de Medios Continuos y Teoría de Estructuras de la Universidad Carlos III de Madrid por haberme acogido durante estos años. A Pepe Fernández Saéz por acogerme en el grupo de investigación Dinámica y Fractura de Elementos Estructurales. A todos los compañeros que a lo largo de estos años se han convertido en amigos Damián, Javi, Dani, Ángel, Vila, Sara, Lorena, Pablo, Mata, Oscar, Elisa y Ascen. En especial a todos con los que he compartido tantos buenos ratos y que también han aportado su granito de arena en esta tesis.

Por último, también me gustaría agradecer a toda la familia y amigos de Tenerife y Madrid con los que he podido pasar momentos inolvidables durante toda esta etapa y que espero sigamos disfrutando en el futuro. Gracias.

Resumen

La tela de araña orbicular es una estructura ligera, capaz de detener presas aéreas cuyas masas son muy superiores a la de ésta. Además, la tela es renovada constantemente por la araña en ciclos que duran habitualmente un día, lo que permite que este animal adapte las características geométricas y resistentes a las condiciones externas cambiantes con objeto de mejorar la funcionalidad de la tela y, por tanto, favorecer su propia supervivencia.

En la presente tesis se estudian las relaciones existentes entre tipo estructural y función biológica en la tela de araña orbicular, empleando una aproximación metodológica fundamentada en la Mecánica de Sólidos. Para ello se han desarrollado modelos numéricos y analíticos, y se han utilizado así mismo los resultados experimentales recabados por el autor de la tesis durante su estancia predoctoral en el Oxford Silk Group.

Durante el desarrollo de los modelos se ha prestado especial atención a la consideración de los efectos más relevantes presentes en el comportamiento dinámico de las telas de araña: geometría, comportamiento mecánico de la seda, fuerza aerodinámica, o pretensión en los hilos de seda. Así mismo, se han modelado las sollicitaciones de mayor relevancia a las que se ve sometida la tela de araña: impacto y viento, que desafían su resistencia estructural, y vibraciones, utilizadas por la araña como sistema de ecolocalización.

El uso de modelos ha permitido realizar estudios paramétricos, que han contribuido a clarificar el papel que aspectos tales como las fuerzas aerodinámicas, la presencia de hilos en zonas específicas, la pretensión o las propiedades del hilo de seda, juegan en el comportamiento de la tela de araña como estructura y, por tanto, en el desempeño de su función biológica.

Los resultados de la tesis presentan valor tanto en el ámbito de la biología, dado que aportan nuevas claves sobre el comportamiento mecánico y la evolución de las telas orbiculares, como en el ámbito de la ingeniería, en tanto que permiten aprovechar su evolución experimentada a lo largo de cientos de millones de años para el diseño de nuevas estructuras bio-inspiradas.

Abstract

The orbicular spider web is a lightweight structure capable of arresting aerial prey with masses several orders of magnitude higher than that of the web itself. Moreover, the web is constantly rebuilt by the spider, typically in daily cycles, which allows this animal to tailor the geometric and mechanical characteristics to the evolving external conditions. This permits to improve the functionality of the web and to favor the survivality of the spider.

The present thesis studies the relation between the structural typology and the biological function in spider orbicular webs, using a methodological approach based on Solid Mechanics. To that aim numerical and analytical models have been developed. The experimental results collected by the autor of the thesis during his stay in the Oxford Silk Group have been also used.

For the deveolpment of the models, particular attention has been paid to consider the most relevant effects playing a role in the dynamic response of spider orb-webs: geometry, mechanical behaviour of the silk, aerodynamic drag, or thread pre-stress. Likewise, the most important solicitations acting on the web have been accounted: prey impact and wind, which challenge the structural strength, and vibrations, used by the spider to identify the position of the excitation source.

The usage of models permitted to perform parametric analyses, that contributed to clarify the role played in the structural response of the

web by aspects such as aerodynamic force, presence of threads in specific positions, pre-stresses, or silk mechanical properties.

The results presented in the thesis are valuable both in the biological field, given that they provide a new insight in the mechanical behaviour and evolution of spider webs, and in the engineering field, since they permit to take advantage of hundreds of millions of years of evolution for the design of new bio-inspired structures.

Índice

Índice de Figuras	xi
Índice de Tablas	xix
1 Introducción y objetivos	1
1.1 Introducción	1
1.2 Objetivos	5
1.3 Estructura del documento	7
1.4 Contribuciones originales	8
2 Antecedentes	11
2.1 Introducción a las arañas, la seda y las telas orbiculares .	11
2.1.1 Arañas	11
2.1.2 Hilos y sedas de araña	12
2.1.3 Propiedades mecánicas de la seda	13
2.1.4 El fenómeno de la supercontracción	18
2.1.5 Geometría de la telaraña orbicular	20
2.2 La tela de araña como elemento estructural multifuncional	24
2.2.1 La fuerza aerodinámica en las telas de araña . . .	25
2.2.2 La arquitectura de la telaraña y su influencia en la resistencia frente a impacto	28
2.2.3 La función de la propagación de ondas en las telas de araña	32

3	Métodos	37
3.1	Introducción	37
3.2	Introducción a la Mecánica de Sólidos	37
3.2.1	Cinemática en grandes deformaciones	38
3.2.2	Gradiente de deformación	39
3.2.3	Tensores de deformación	42
3.2.4	Concepto de Tensión	42
3.2.5	Principio de balance de momento	43
3.2.6	Teoremas de Cauchy	44
3.2.7	Principio de objetividad material	44
3.2.8	Modelos constitutivos	45
3.3	Modelización constitutiva de la seda de araña	46
3.3.1	Modelo elasto-plástico	48
3.3.2	Modelo elástico con transformación de fase	55
3.4	Modelado de la fuerza aerodinámica	65
3.5	Modelado de la pretensión	67
3.6	Implementación de los modelos en una subrutina de usuario para elemento barra	70
3.7	Geometría y mallado	71
3.7.1	Geometría ideal	71
3.7.2	Geometría real	74
4	Efecto de las fuerzas aerodinámicas y su influencia en la geometría de la tela de araña	75
4.1	Introducción	75
4.2	Métodos específicos	76
4.2.1	Geometría del modelo	76
4.2.2	Modelo de seda	78
4.2.3	El trabajo plástico como medida de la degradación en la tela	79
4.2.4	Aspectos específicos del modelo de elementos finitos	82

4.3	Cambios en la geometría producen cambios en las fuerzas aerodinámicas	84
4.3.1	Fuerza aerodinámica bajo carga de viento	86
4.3.2	Fuerza aerodinámica bajo carga de impacto	87
4.3.3	Influencia de los parámetros de escala en la fuerza aerodinámica	87
4.4	Análisis de resultados	90
4.4.1	Fuerza aerodinámica bajo carga de viento	91
4.4.2	Fuerza aerodinámica bajo carga de impacto	94
4.5	Conclusiones	97
5	Efecto del marco secundario en el comportamiento estructural de las telas de araña	99
5.1	Introducción	99
5.2	Métodos específicos para el presente estudio	103
5.2.1	Geometría del modelo	103
5.2.2	Descripción de la carga de impacto y del criterio de fallo estructural	106
5.2.3	Probabilidad de rotura como medida de la respuesta global de la telaraña bajo cargas de impacto	106
5.3	Análisis de resultados	108
5.3.1	Distribución de tensiones en hilos radiales	108
5.3.2	Análisis energético y probabilidad de fallo	114
5.4	Conclusiones	119
6	Influencia de la pretensión y de las propiedades mecánicas de la seda en la propagación de las ondas en las telas de araña	121
6.1	Introducción	121
6.2	Métodos	124
6.2.1	Metodología experimental	124

Índice

6.2.2	Modelo de elementos finitos	128
6.3	Análisis de resultados	133
6.3.1	Influencia de la amplitud del pulso de excitación y de la rigidez de la seda en la propagación de ondas longitudinales y transversales	133
6.3.2	Efecto de la pretensión en la amplitud de las ondas transversales	138
6.3.3	Relevancia biológica de la supercontracción y su efecto en la propagación de las ondas	142
6.4	Conclusiones	145
7	Conclusions and future work	147
7.1	Conclusions	147
7.2	Future work	149
7.3	List of publications	150
	Bibliografía	153

Índice de Figuras

1.1	Fotografía de una telaraña orbicular. Fuente: Vineeth Mathew, Wikimedia.	2
1.2	Curva tensión deformación en ensayo uniaxial para la seda de araña de la glándula ampulácea mayor y para la fibra de Kevlar. Fuente: Vincentsarego, Wikimedia.	3
1.3	Estructuras de redes diseñadas para soportar impactos. .	5
2.1	Propiedades mecánicas de las diferentes sedas de una araña de la especie <i>Argiope Argentata</i> [10].	14
2.2	Comportamiento de las sedas ampulácea mayor y viscosa [35].	16
2.3	Dependencia de las propiedades mecánicas la velocidad de deformación en sedas ampulácea mayor [35].	17
2.4	Geometría de una telaraña orbicular y elementos característicos [33].	21
2.5	(a) Fuerzas de pretensión en μN en las telas de la especie <i>Araneus diadematus</i> [123].	24
2.6	Modelo de elementos finitos desarrollado por Lin et al. [66] sometido a carga de viento.	25
2.7	Modelo de elementos finitos desarrollado por Alam y Jenkins [1].	26

Índice de Figuras

2.8	Modelo numérico desarrollado de una tela de araña simplificada [17].	29
2.9	Modelos esquemáticos utilizado por Lin y Sobek [65] en el estudio de la jerarquía estructural presente en las telas de araña.	30
2.10	Geometría del modelo simplificado desarrollado por Aoyanagi y Okumura [3] para una tela de araña.	31
2.11	Detalle de una araña <i>Zygiella x-notata</i> apresando un hilo de seda para monitorizar vibraciones sobre un hilo de la tela [55].	34
2.12	(a) Transmisión de las ondas a través de la tela. (b) Direccionalidad de las ondas en la tela. El eje de ordenadas representa el cociente entre la amplitud del punto de medición y la amplitud del punto de excitación, en dB. Puntos de medición y excitación están sobre hilos radiales distintos [73].	35
3.1	Configuraciones de referencia y deformada en un sólido deformable.	39
3.2	Concepto de tensión. Sea $\mathbf{b}(\mathbf{x})$ la fuerza externa volumétrica y $\mathbf{t}(\mathbf{x}, \mathbf{n})$ el vector tensión de Cauchy en el contorno del sólido $\partial\Omega_t$	43
3.3	Curva tensión deformación correspondiente al modelo elasto-plástico para los tres tipos de seda fundamentales: anclaje y marco, radial y espiral.	54
3.4	Curva tensión deformación correspondiente al modelo con transformación de fase para los dos tipos de seda.	65
3.5	Esquema utilizado para ajustar la pretensión en los hilos. $t_{equilibrio}$ es el tiempo de simulación establecido para ajustar el nivel de pretensión.	69
3.6	Geometría de referencia de una tela orbicular.	72

3.7	Modelos de telas de araña reales utilizados en el el capítulo 6.	74
4.1	Geometría de referencia de una tela orbicular. La esfera representa la presa.	77
4.2	Sector de la tela considerado para la estimación de la fuerza aerodinámica, y efecto de los factores de escala α_H y α_S . El factor α_ϕ modifica el diámetro de los hilos.	85
4.3	(a) Influencia del espaciado entre los hilos de la zona de captura en la velocidad crítica de viento (resultados de elementos finitos), y en la fuerza aerodinámica a velocidad $v_{referencia}=18.7$ m/s (resultados de elementos finitos y aproximación analítica). (b) Influencia del tamaño de la tela en la velocidad crítica de viento (resultados de elementos finitos) y sobre la fuerza aerodinámica a $v_{referencia}=17.7$ m/s (resultados de elementos finitos y aproximación analítica). Ambos análisis han sido realizados a volumen de seda constante.	92
4.4	(a) Influencia del espaciado entre los hilos de la espiral de captura en el trabajo plástico y en el trabajo de las fuerzas aerodinámicas. (b) Influencia del tamaño de la tela en el trabajo plástico y en el trabajo fuerzas aerodinámicas. Análisis para carga de impacto y volumen de seda constante.	95

Índice de Figuras

5.1	Fotografías de telas orbiculares construidas por diferentes especies de araña, cortesía del Dr. Samuel Zschokke (Universidad of Basel). (A) <i>Zilla dioda</i> . (B) <i>Zygiella x-notata</i> . (C) <i>Araneus diadematus</i> . (D) <i>Cyclosa oculata</i> . El marco secundario puede verse en las figuras (A) a (D). Los hilos radiales con estructura “Y” pueden ser observados en (C). Las arañas evitan conectar hilos radiales con hilos de marco cerca de los anclajes, y evitan la proximidad entre extremos de hilos contiguos de marco secundario.	102
5.2	Fotografía de telarañas reales. <i>Uloborus diversus</i> (izquierda), la cual a pesar de no contar con marco secundario, evita la conexión directa entre los radios y los hilos de anclaje [29]. <i>Zilla dioda</i> (derecha) mostrando la curvatura del marco primario y el aumento de separación angular entre hilos radiales [135].	103
5.3	Geometría de referencia de una tela orbicular para el estudio de la influencia del marco secundario.	104
5.4	Representación de los 10 impactos realizados para cada valor de α_{sf} considerado.	107
5.5	Distribución de tensiones en los hilos radiales en el momento del fallo, para tres longitudes de marco secundario $\alpha_{sf} = \{0; 1.0; 1.7\}$. (a) Impacto en un hilo radial alineado con uno de apoyo. (b) Impacto en un hilo radial alineado con el bisector del marco primario	110
5.6	Representación de la distribución de rigideces en una estructura simplificada.	111

5.7	Camino de carga para diferentes impactos, y para los casos extremos de longitud de marco secundario, $\alpha_{sf} = 0$ y $\alpha_{sf} = 1.7$ (a,b) impacto en los hilos más rígidos;(c,d) impacto en el bisector del marco primario o en el hilo radial más rígido. La carga es soportada principalmente por los hilos radiales más rígidos, o confinada en el sector limitado por éstos.	112
5.8	Trabajo ejercido por la presa (equivalente a la energía absorbida por la tela) hasta la rotura, en función del punto de impacto. La zona de captura es considerada para un potencial impacto. La superficie continua de energía se determinó por interpolación de los valores obtenidos correspondientes a los 10 impactos mostrados en la figura 5.4 y aplicación de simetrías. (a) $\alpha_{sf} = 0$. (b) $\alpha_{sf} = 1.0$. (c) $\alpha_{sf} = 1.7$. Los valores han sido normalizados con el valor máximo de energía para el caso de referencia $\alpha_{sf} = 1.0$ ($E_f _{r=0} = 1.37$ mJ).	116
5.9	Probabilidad de fallo de la tela frente energía de impacto para diferentes longitudes del marco secundario.	118
6.1	Historia temporal del desplazamiento utilizado en los modelos numéricos para simular el movimiento impuesto por el solenoide.	126
6.2	Telaraña de una <i>Aranaeus diadematus</i> . (a) Fotografía de la tela número uno. El pulso se aplicó en diferentes zonas de la tela (círculos blancos). La respuesta de la tela fue medida en todos los casos en el mismo punto (cuadrado rojo). (b) Modelo de tela real número uno. La escala de colores muestra el nivel de pretensión presente en la tela. La barra blanca corresponde a una longitud de 20 mm.	130
6.3	(a, c) Fotografías de las telas número dos y tres. (b, d) Modelos de ambas telas. La escala de colores muestra el nivel de pretensión. La barra blanca corresponde a una longitud de 20 mm.	131

6.4	Perfil de desplazamientos en un sector angular de la tela, para excitación formando 60° con respecto al plano de la tela (componente de la excitación en dicho plano orientada en dirección radial), transcurridos 7 ms desde el inicio de la aplicación del pulso. (a) Ondas transversales; (b) ondas longitudinales. La altura de las barras verticales es proporcional al valor del desplazamiento, de acuerdo con el código de colores de la leyenda. Tela nº1, excitación en el punto 3 del hilo R1.	135
6.5	Historia temporal de desplazamientos transversales y longitudinales en el punto de medición, para tres amplitudes máximas de excitación diferentes: 0.17 mm, 1.70 mm y 3.40 mm. (a,b) Ondas longitudinales y (c,d) Ondas transversales. Figuras (a) y (c): Módulo de Young de la seda ampulácea mayor: 11 GPa, valor para seda nativa [35]; figuras (b) y (c) módulo de Young de la seda ampulácea mayor: 4 GPa, tras supercontracción [69]. Tela nº1, hilo R1, punto 4.	136
6.6	Relación entre la amplitud máxima de excitación y la amplitud máxima en el punto de medición para las ondas transversales y longitudinales. (a) Módulo de Young de la seda ampulácea mayor: 11 GPa, valor para seda nativa [35]; (b) módulo de Young de la seda ampulácea mayor: 4 GPa, tras supercontracción [69]. Tela nº1, hilo R1, punto 4.	137

6.7	Historia temporal de desplazamientos transversales (valores experimentales y numéricos) en el punto de medición para cuatro puntos de excitación situados sobre el hilo radial opuesto al de medición, a las siguientes distancias desde el punto de medición: (a) 34 mm, (b) 47 mm, (c) 64 mm y (d) 95 mm. Los correspondientes valores de atenuación son -1.68, -1.47, -1.53 y -0.64 dB cm ⁻¹ , respectivamente. Tela n° 1 y puntos de excitación sobre el hilo R1.	140
6.8	Relación entre mecanismos de control, propiedades de la seda y su relevancia biológica. Cada enlace está referenciado por datos experimentales publicados, con número de referencia. Los enlaces evidenciados en esta sección capítulo se indican con el símbolo †.	146

Índice de Tablas

2.1	Glándulas y sus funciones en la familia <i>Araneioidea</i>	13
2.2	Comparativa de las propiedades mecánicas de las sedas de arañas y otros materiales naturales y artificiales [35]. . . .	15
2.3	Valores promedios de los parámetros geométricos de las telas de arañas orbiculares producidas por la especie <i>Araneus diadematus</i> [114].	22
3.1	Diámetro y propiedades del material que definen el comportamiento mecánico de los hilos de anclaje y marco, radial y espirales para el modelo elasto-plástico.	55
3.2	Diámetro y propiedades del material que definen el comportamiento mecánico de los hilos de anclaje, marco y radial y espirales para el modelo con transformación de fase.	64
3.3	Fuerzas de pretensión asignadas en cada hilo de la tela de araña modelizada.	69
3.4	Parámetros que definen la geometría de la tela de araña ideal estudiada en los capítulos 4 y 5.	73
4.1	Valores que definen la geometría de referencia (figura 4.1), aproximada a la estudiada por Vollrath et al. [114].	78
5.1	Valores que definen la geometría de referencia (Figura 5.3), similar a la estudiada por Vollrath et al. [114].	105

Índice de Tablas

5.2	Valores promedio de la energía de rotura para los diferentes valores de α_{sf} considerados.	117
6.1	Propiedades mecánicas y diámetros de las diferentes sedas modeladas. Valores obtenidos de la bibliografía [69, 35, 58].	128
6.2	Resultados experimentales y numéricos de la respuesta de la onda transversal. Se muestran valores máximos y mínimos de velocidad de propagación, amplitud y atenuación de la onda. N indica el número de pulsos aplicados en cada tela. Los datos experimentales que no permitieron el cálculo del amortiguamiento no fueron incluidos.	141

1

Introducción y objetivos

1.1 Introducción

Las arañas, con más de 400 millones de años de evolución, son una de las especies con mayor diversidad en nuestro ecosistema, habiendo conquistado durante su existencia todo medio ambiente terrestre a excepción de la Antártida [33]. Es normal, pues, que haya ocupado durante siglos buena parte del interés de la comunidad científica internacional, desde biólogos y zoólogos, hasta físicos e ingenieros.

En la actualidad, se encuentran reconocidas alrededor de 40000 especies de arañas, de las cuales más de 3000 pertenecen a la familia *Araneidae*. Los araneidos, nombre con el que se conoce a las arañas de esta familia, son los responsables de la construcción de telas circulares u orbiculares (aunque no las únicas). Estas telas de araña tienen múltiples funciones, que han hecho de esta familia una de las más exitosas en la lucha por la supervivencia. La principal función de una telaraña es la de servir de trampa para capturar presas. Sin embargo, sus características también permiten transmitir valiosa información a través de vibraciones. Las arañas son capaces de discernir, a partir de estas vibraciones, la posición de una presa, predadores potenciales o incluso el cortejo y la localización de las crías en la tela.

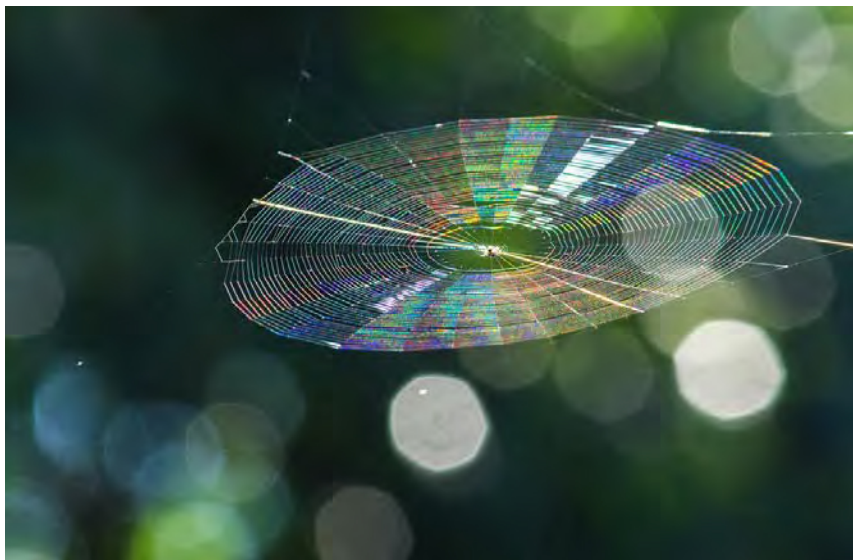


Figura 1.1. Fotografía de una telaraña orbicular. Fuente: Vineeth Mathew, Wikimedia.

Históricamente la comunidad científica se ha centrado en la clasificación, el comportamiento y la capacidad de adaptarse al entorno de estos animales. Sin embargo, el interés creciente por desarrollar nuevos materiales biológicos, ha motivado en las últimas décadas a toda una corriente de investigadores centrados en descubrir las claves de la seda de araña. Estos araneidos producen hasta 6 tipos de seda diferentes, con diversas funcionalidades y complejos procesos de fabricación. La seda producida en la glándula ampulácea mayor se ha descubierto como un material altamente resistente y con una elevada deformación de rotura, lo que le confiere una capacidad de absorción de energía superior a la presente en otros materiales naturales o artificiales (figura 1.2). La seda víscida, por otra parte, presenta una aún mayor deformación de rotura, lo que, junto con la presencia de gotas adhesivas, permite retener presas el tiempo suficiente para que la araña las inmovilice y atrape. Estos dos

tipos de seda han sido extensamente estudiados durante los últimos años, hasta el punto de haberse conseguido su síntesis artificialmente.

Las aplicaciones de este material están particularmente dirigidas hacia productos biomédicos, donde se busca reemplazar materiales artificiales por materiales biológicos y biointegrables que puedan permitir reparar nervios y articulaciones.

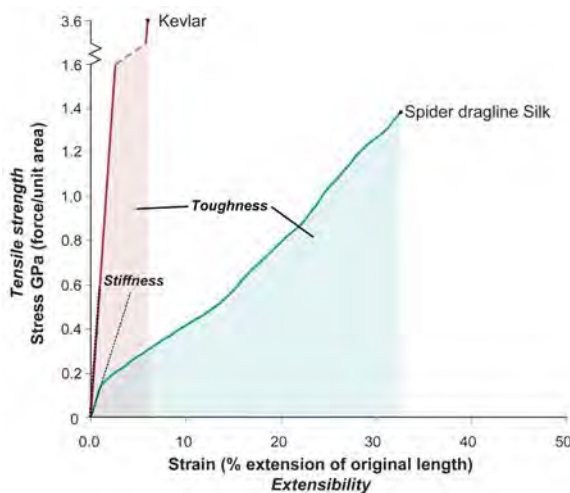


Figura 1.2. Curva tensión deformación en ensayo uniaxial para la seda de araña de la glándula ampulácea mayor y para la fibra de Kevlar. Fuente: Vincentsarego, Wikimedia.

Sin embargo, el éxito de estos artrópodos no es debido únicamente a las altas prestaciones de los materiales que son capaces de producir. El uso eficiente de la seda, minimizando energía invertida en la producción de la tela y maximizando la energía proveniente de la ingesta de presas capturadas en ella, incrementará las probabilidades de supervivencia. Esto lleva a pensar que existe un proceso evolutivo detrás de una geometría de características tan específicas que, al mismo tiempo, es compartida por millares de especies. La forma de las telas y la disposición

Introducción y objetivos

de los diferentes hilos y materiales dentro de la estructura deben tener una gran relevancia en la supervivencia de estas especies.

Las telas de araña deben soportar diversos estados de carga tanto estática (peso propio del material, de la araña y de los sacos ovígeros) como dinámica (impacto de presas y de otros agentes ecológicos, viento). Sin embargo las características estructurales de las telarañas han sido muy poco estudiadas, hasta la fecha, en comparación con la gran cantidad de trabajos dedicados a las propiedades mecánicas de la seda. Cómo son las telas capaces de disipar la energía de las presas con una estructura tan ligera, o cómo pueden obtener ventajas de las fuerzas aerodinámicas para optimizar el desempeño estructural son cuestiones aún por contestar. El efecto de la geometría, el número de hilos o la disposición de éstos puede ser clave en el comportamiento mecánico de una estructura. La mayoría de las relaciones existentes entre propiedades mecánicas, pretensión en la tela y configuración geométrica de los hilos del entorno está aún por determinar. El equilibrio entre beneficio estructural frente a impacto y funcionalidad sensorial es solo un ejemplo más de las preguntas por responder en esta temática.

De entre todas las disciplinas de la Física, la Mecánica del Medio Continuo y la Teoría de Estructuras se consideran idóneas para realizar aproximaciones científicas novedosas que permitan descubrir nuevas claves sobre el comportamiento mecánico y la evolución de las telas orbiculares, pero también para aprovechar cientos de millones de años de evolución para el diseño y desarrollo de nuevas estructuras bio-inspiradas. El estudio de los procesos de disipación de energía en estas láminas aéreas, puede contribuir a mejorar el diseño de estructuras destinadas a absorber el impacto de cuerpos (vehículos terrestres, aeronaves, drones, trabajadores o deportistas (figura 1.3)).



Figura 1.3. Estructuras de redes diseñadas para soportar impactos.

1.2 Objetivos

El objetivo general de la presente tesis consiste en contribuir al conocimiento de las relaciones existentes entre las características geométricas y mecánicas de la tela orbicular y su función biológica. Durante la construcción de la tela, las arañas toman decisiones sobre el tamaño, la disposición de los hilos, su pretensión, o la localización de los puntos de anclaje. Así mismo, las telas de araña son estructuras multifuncionales en las que el diseño ha de tener en cuenta el equilibrio entre su coste energético, su desempeño como estructura resistente y su función como sistema sensorial. Sin lugar a dudas, el problema es demasiado amplio como para ser estudiado en una sola tesis doctoral, por lo que se han concretado los siguientes objetivos:

Introducción y objetivos

1. Desarrollo de una metodología de simulación que permita disponer de modelos fiables, teniendo en consideración los efectos más relevantes en el comportamiento dinámico de las telas de araña, así como las solicitaciones de mayor importancia a las que se ve sometida la tela de araña.
2. Analizar el efecto que las fuerzas aerodinámicas tienen sobre el diseño que la araña adopta para la tela. Trabajos previos realizados por entomólogos han constatado cambios en su geometría ante diferentes condiciones de carga, y se pretende con el estudio dar una explicación física a estas observaciones de campo.
3. Analizar la influencia del marco secundario en la resistencia de la tela frente a impacto. Aunque la naturaleza encuentra habitualmente grandes oportunidades de mejora en detalles sutiles y aparentemente irrelevantes, el papel de este elemento estructural ha sido comúnmente ignorado en la literatura. Se pretende con este estudio entender las razones de su presencia en la red de hilos.
4. Analizar la influencia de la pretensión, las propiedades mecánicas de la seda y la supercontracción –fenómeno ligado a la hidratación del hilo que influye así mismo en sus propiedades mecánicas– en la propagación de ondas en telas orbiculares. La resistencia estructural no es la única función de la tela, también debe servir a la araña como sistema sensorial. La teoría clásica de propagación de ondas en hilos identifica la pretensión y la rigidez como parámetros relevantes, por lo que se pretende con este estudio escalar el estudio de su influencia a la estructura formada por los hilos.

1.3 Estructura del documento

Esta tesis doctoral se ha dividido en 7 capítulos, incluyendo éste mismo. La estructura está concebida para introducir en la temática relativa a la mecánica de las telas de araña, y para presentar las técnicas y métodos empleados en la presente tesis, como pasos previos a la presentación de los diferentes análisis desarrollados.

- Capítulo 1. En este capítulo se presenta la motivación de la presente tesis doctoral y se enumeran los objetivos planteados. Además, se remarcan las principales contribuciones originales derivadas del trabajo.
- Capítulo 2. Debido a la componente biológica de la tesis, se incluye una introducción a las arañas, la seda de araña y las telas orbiculares. Así mismo, se analizan los trabajos relacionados con el comportamiento estructural de las telas de araña orbiculares, realizados hasta la fecha por otros autores.
- Capítulo 3. Se presenta la metodología desarrollada para llevar a cabo el trabajo de investigación, comenzando por una introducción a la Mecánica de Sólidos, que permitirá establecer los fundamentos necesarios para el modelado de la seda de araña. Posteriormente se plantean dos modelos constitutivos para la seda, partiendo de una formulación tridimensional y particularizando posteriormente al caso unidimensional. Además, se presentan las ecuaciones utilizadas para la determinación de la fuerza aerodinámica y el algoritmo desarrollado para la definición de la pretensión. Finalmente se definen la geometría y el mallado de las telas de araña orbiculares consideradas en la presente tesis.

- Capítulo 4. En este capítulo se analiza el efecto de las fuerzas aerodinámicas en la geometría de la tela de araña, empleando modelos de elementos finitos y desarrollos analíticos.
- Capítulo 5. El objetivo de este capítulo es presentar el estudio del efecto del marco secundario, un elemento de las telas de araña que tiene una notable influencia en su comportamiento estructural. El estudio se ha realizado empleando técnicas de modelado mediante elementos finitos.
- Capítulo 6. En este capítulo se realiza un estudio sobre la multifuncionalidad de las telas de araña. En él se analizan, mediante simulaciones por elementos finitos y resultados experimentales, la propagación de las ondas en las telas de araña y el efecto de la pretensión y de las propiedades mecánicas de la seda en dicha propagación.
- Capítulo 7. Las conclusiones globales de la tesis doctoral y la propuesta de trabajos futuros que pretenden realizarse son expuestas en este último capítulo. Además, se listan las publicaciones científicas y exposiciones en congresos derivadas de la misma.

1.4 Contribuciones originales

Las contribuciones originales de la presente tesis pueden dividirse en dos subapartados, teniendo en cuenta su carácter metodológico o científico

Contribuciones metodológicas

- Se ha desarrollado un generador automático de modelos completos de elementos finitos para telas de araña orbiculares cuya geometría queda definida por 15 parámetros. La versatilidad del generador facilita notablemente la realización de análisis paramétricos.
- Se ha propuesto un modelo constitutivo para recoger el comportamiento en carga monótona de la sedas de araña, suficientemente preciso y de fácil implementación en códigos no lineales de elementos finitos. Así mismo, se ha modificado un modelo para seda de araña disponible en la literatura científica, permitiendo así considerar las distintas etapas del proceso de deformación de forma unificada. Si bien este modelo es más complejo que el primero de los desarrollados en la tesis, recoge el comportamiento tanto en carga como en descarga. Los dos modelos se han implementado en un código de elementos finitos.
- Se ha establecido una metodología para el cálculo de las fuerzas aerodinámicas en telas de araña orbiculares.
- Se ha desarrollado una metodología para la implementación de la pretensión en este tipo de estructuras.
- Se ha desarrollado un elemento de usuario tipo “barra”, capaz de integrar todas las anteriores funcionalidades (material, carga aerodinámica, pretensión), en un marco de grandes deformaciones y rotaciones.
- En resumen se ha desarrollado una metodología completa para el análisis por elementos finitos de telas de araña orbiculares que permite considerar tanto cargas dinámicas (impacto, viento) como propagación de ondas, incluyendo los efectos mecánicos más relevantes.

Contribuciones científicas

- Se han desvelado los motivos por los que las arañas modifican la geometría de la tela de araña en función de la carga dominante –impacto o viento–. De acuerdo con el estudio realizado, las fuerzas aerodinámicas juegan un papel relevante en esta modificación.
- Se ha puesto de manifiesto la importancia que los hilos de marco secundario tienen en la distribución de las tensiones que se desarrollan en la tela de araña durante una carga impulsiva. Este elemento apenas incrementa el volumen total de seda invertido en la construcción de la tela, pero reduce notablemente la probabilidad de fallo de la estructura.
- Se ha evidenciado el papel de la pretensión y de las propiedades mecánicas de la seda en la propagación de ondas en la tela de araña, empleando método numéricos y experimentales. Así mismo, se ha señalado el papel de la supercontracción como mecanismo de control de la pretensión y respuesta del material.

2

Antecedentes

En este capítulo se presentan los antecedentes que ayudarán a poner en contexto los estudios realizados en la presente tesis. Los antecedentes están divididos en dos subapartados. El primero está dedicado a introducir conceptos fundamentales sobre las arañas, así como sobre la seda y las telas que éstas fabrican. El segundo recoge los estudios más relevantes publicados hasta la fecha sobre la telaraña como estructura multifuncional.

2.1 Introducción a las arañas, la seda y las telas orbiculares

2.1.1 Arañas

Las arañas son animales artrópodos quelicerados pertenecientes al orden *Araneae* compuesto por más de 45000 especies [89]. Dentro de este orden se distinguen 110 familias, si bien su ordenación es motivo de continuo debate y en el último siglo ha dado lugar a más de 20 clasificaciones diferentes.

Las arañas son depredadores cuya principal característica, común a todas las especies, es la producción de seda. Muchos son los usos que hacen las arañas de la seda pero el más común, del cual alrededor de 4000 especies participan, es el de tejer las telas de araña. Históricamente los científicos habían tomado este uso de la seda como clave en el linaje evolutivo de esta especie, incluyéndose en el clado *Orbiculariae* que engloba a las superfamilias *Araneoidea* y *Denopoeidea* [38]. La primera se caracteriza por producir un tipo de seda con gotas adhesivas, la segunda, por contra, produce una seda cuyo efecto adhesivo es debido a su elevada superficie específica. En los últimos años, esta ordenación ha sido puesta en duda [50] y finalmente rechazada por estudios genéticos [12, 32].

La presente tesis se ocupa de la familia *Araneidae*, la tercera en diversidad con 170 géneros y más de 3000 especies. En particular, se centrará en las telas producidas por estas arañas y utilizará los parámetros geométricos de la especie *Araneus diadematus*.

2.1.2 Hilos y sedas de araña

Los hilos de seda que forman las telas de araña tienen una estructura jerárquica: a nivel macroscópico los hilos están formados por una piel exterior y un núcleo [102], a nivel microscópico, por fibras alineadas en la directriz del hilo [4], y a nivel nanoscópico, por cadenas de proteínas en forma de cristales β embebidos en una fase amorfa [111, 85]. Los distintos hilos de seda de una tela de araña se distinguen, principalmente, por las diferencias existentes entre estos niveles. A nivel macroscópico, por el número de fibras que poseen: los hilos de marco y anclaje pueden tener más de ocho fibras por hilo [25], con fibras de diámetro $\sim 1 \mu\text{m}$ [58]; los hilos radiales típicamente poseen entre dos y cuatro fibras, también con diámetros $\sim 1 \mu\text{m}$ [58]. Las fibras de los hilos espirales, sin embargo, poseen un diámetro menor $\sim 0.7 \mu\text{m}$ [37, 116]. Estas fibras se diferencian a nivel microscópico por el tipo de seda del que están formadas.

2.1 Introducción a las arañas, la seda y las telas orbiculares

La seda es producida en unas glándulas ubicadas en la parte posterior del abdomen de la araña. Las arañas de la familia *Araneioidea* producen en estas glándulas hasta seis tipos de seda: ampulácea mayor, ampulácea menor, aciniforme, tubuliforme, flageliforme y agregada. Cada una de estas sedas permite que los hilos desempeñen un gran número de funciones (Tabla 2.1). Los hilos de las telas orbiculares están formados principalmente por la seda ampulácea mayor (hilos de marco, radiales y apoyo) y por la seda flageliforme y agregada (hilos espirales), estas dos últimas sedas habitualmente son unificadas bajo el nombre seda viscosa.

Glándula	Función
Ampulácea mayor	hilos de marco, anclajes y radiales
Ampulácea menor	espiral auxiliar
Piriforme	refuerzo de uniones entre hilos
Flageliforme	hilos de la espiral de captura
Agregada	adhesivo de los hilos de espiral de captura
Tubuliforme	recubrimiento protector de los sacos ovígeros
Aciniforme	inmovilización de presas, interior de los sacos ovígeros

Tabla 2.1. Glándulas y sus funciones en la familia *Araneioidea*.

Entender la complejidad de la seda y de su estructura permitirá establecer los conceptos en los que se fundamentarán los modelos constitutivos desarrollados en el capítulo 3, y que serán utilizados en los posteriores capítulos para representar el comportamiento mecánico de la seda.

2.1.3 Propiedades mecánicas de la seda

Estudios realizados por diversos autores han demostrado que las propiedades mecánicas de los hilos de seda dependen, además de su

composición, del proceso de hilado, en lo que es sugerido por diversos autores [42, 118, 117] como una habilidad de las arañas para controlar estas propiedades. Los primeros estudios sobre las propiedades mecánicas de los hilos de seda de araña fueron realizados por Denny [25], y uno de los resultados más relevantes fue la identificación de notables diferencias entre las propiedades de la seda espiral y de la producida en la glándula ampulácea mayor. Como ha sido evidenciado en múltiples trabajos [87, 56, 90, 104, 19, 1, 9], la curva tensión deformación, en ensayo de tracción uniaxial, de los hilos presentes en las telas de araña orbiculares (Figura 2.1) está caracterizada por una curva con forma de J para la seda ampulácea mayor, con deformaciones de rotura de hasga el 20%, mientras que la seda flageliforme presenta una gran extensibilidad con valores hasta del 80%.

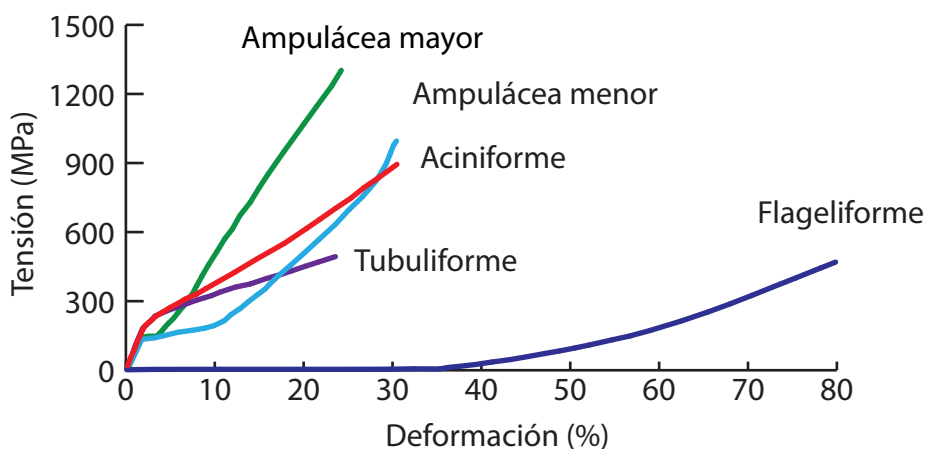


Figura 2.1. Propiedades mecánicas de las diferentes sedas de una araña de la especie *Argiope Argentata* [10].

Trabajos posteriores de otros autores abundan en esas diferencias. Gosline et al. [35], caracterizaron las propiedades mecánicas de los distintos hilos de seda: los producidos por la glándula ampulácea mayor resultaron mucho más rígidos que los hilos de seda viscosa, que

2.1 Introducción a las arañas, la seda y las telas orbiculares

presentaron, por contra, una mayor deformación de rotura. Además, en este estudio compararon las propiedades mecánicas de la seda frente a materiales sintéticos y naturales (Tabla 2.2). Como puede observarse, la alta deformación de rotura combinada con una elevada resistencia hacen de la seda de araña un material superior a muchos materiales naturales o artificiales de altas prestaciones. En comparación con la fibra de Kevlar, la seda de araña es capaz de absorber tres veces más energía hasta rotura. Con carácter general, los resultados obtenidos de los ensayos de caracterización mecánica muestran cómo la seda espiral tiene un comportamiento mecánico muy diferente del obtenido para el hilo de la glándula ampulácea mayor. Por tanto, la representación de la seda por medio de modelos constitutivos deberá distinguir entre ambos tipos de sedas.

Material	Módulo de Young, E (GPa)	Resistencia a tracción, σ_{max} (GPa)	Deformación de rotura ε_{fail} (verdadera)	Energía hasta rotura (MJm ⁻³)
Ampulácea mayor	10.0	1.1	0.24	160
Agregada+flageliforme	0.003	0.5	1.3	150
Colágeno de tendón	1.5	0.15	0.12	7.5
Fibra de Kevlar 49	130	3.6	0.027	50
Fibra de Carbono	300	4	0.013	25
Acero de alta resistencia	200	1.5	0.008	6

Tabla 2.2. Comparativa de las propiedades mecánicas de las sedas de arañas y otros materiales naturales y artificiales [35].

Más allá de su comportamiento cuasi-estático y en carga monótona, diversos autores han estudiado la respuesta de la seda frente a carga cíclica o la influencia de la velocidad de deformación. Así, numerosos investigadores [25, 35, 116, 98] han estudiado la respuesta histerética de las sedas ampulácea mayor y viscosa, resultando en capacidades de

absorción de hasta el 65% de energía (Figura 2.2) para ambas sedas [25, 35]. Estos resultados son relevantes a la hora de modelar la seda de araña, ya que el mecanismo de descarga puede resultar tan importante como el de carga, a efectos de disipación de la energía cinética de una presa que impacta sobre la tela.

Figura 2.2. Comportamiento de las sedas ampulácea mayor y viscosa [35].

Dado que la función fundamental de la telaraña es la captura de presas en vuelo, el estudio de la influencia de la velocidad de deformación en el comportamiento de la seda ha despertado notable interés, si bien es cierto que su ensayo no está carente de dificultades técnicas. Realizando ensayos de tracción uniaxial en el intervalo de velocidades de deformación entre $5 \cdot 10^{-4} \text{ s}^{-1}$ y $2.4 \cdot 10^{-2} \text{ s}^{-1}$, Denny [25] pudo comprobar que los hilos de seda ampulácea mayor aumentaban su módulo de Young, resistencia, deformación última, y energía hasta rotura. Del mismo modo, Gosline et al. [35] encontraron también una alta dependencia de las propiedades mecánicas de la seda ampulácea mayor con la velocidad

2.1 Introducción a las arañas, la seda y las telas orbiculares

de deformación (figura 2.3). Estos estudios ponen de manifiesto la dificultad de caracterizar y modelar la seda para el régimen de altas velocidades de deformación ya que, si bien se conoce su notable influencia, también es alta la variabilidad en su respuesta.

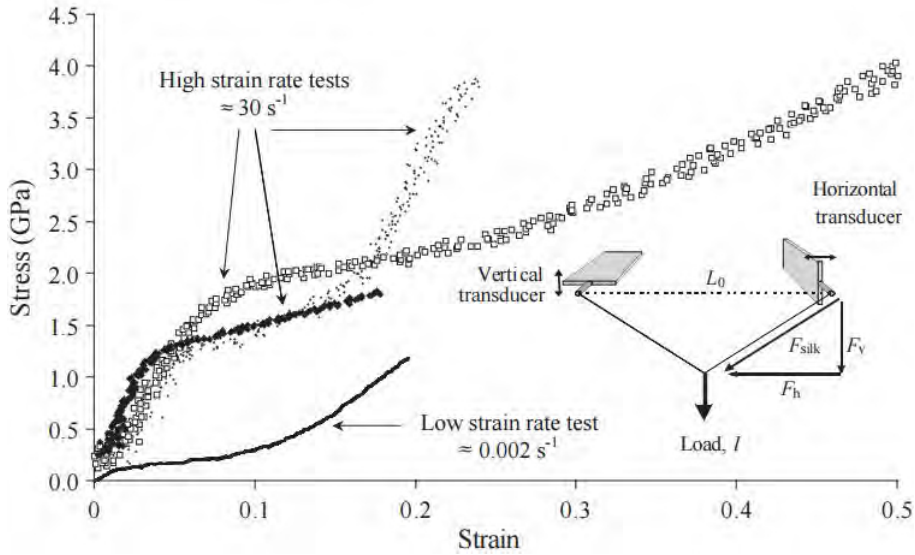


Figura 2.3. Dependencia de las propiedades mecánicas la velocidad de deformación en sedas ampulácea mayor [35].

Drodge et al. [26] estudiaron el comportamiento mecánico de las diferentes sedas de gusano, cuyas características son similares a las de la seda de araña, frente a impacto balístico. Los hilos fueron sometidos a diferentes niveles de pretensión y posteriormente impactados con diferentes velocidades de proyectil. Los autores pudieron medir la velocidad de las ondas transversal y longitudinal de las fibras. La velocidad de las ondas transversales aumentó con el nivel de pretensión, y la de las ondas longitudinales mostró una menor dependencia con la pretensión inicial. En un segundo análisis, observaron que la velocidad transversal de las ondas aumentó con la velocidad del impacto debido, según los autores, al aumento de tensión en los hilos provocado por el

paso de la onda longitudinal (con valores varios órdenes de magnitud superior), lo que aumentó la velocidad de las ondas transversales.

Posteriormente Mortimer et al. [78] continuaron estudiando las propiedades sónicas de la seda, en esta ocasión de las especies de araña *Nephila edules* y *Araneus diadematus*, combinando ensayos balísticos y de vibraciones por medio de vibrómetro láser. Los autores encontraron tendencias similares a los observados por Drodge et al. [26], lo que les permitió relacionar las propiedades sónicas de la seda con su función sensorial en la tela. Según Mortimer et al. [78], las ondas longitudinales podrían ser de mayor utilidad para la función de ecolocalización dado que su propagación es más fiable al no depender de la tensión. Por contra, las ondas transversales son más sensibles a cambios en el nivel de pretensión. Este estudio permitió avanzar en el conocimiento de la seda como un material multifuncional, con propiedades optimizadas tanto para la captura de presas, así como para la transmisión de información. El anterior trabajo ha sido extendido en la presente tesis doctoral en el contexto de la colaboración con la Dra. Mortimer y el grupo de investigación *Oxford Silk Group*, y se presenta en el capítulo 6 de este documento. En él se mostrarán las relaciones existentes entre el nivel de pretensión, la propagación de ondas en telas de araña, y la funcionalidad de esta estructura como sensor para la ecolocalización.

En la presente Tesis Doctoral, el desarrollo y calibración de parámetros de los modelos constitutivos de la seda de araña se realizarán a partir de los resultados publicados por otros autores y disponibles en la literatura científica, dada la dificultad que conlleva la realización de ensayos experimentales de caracterización mecánica para este material.

2.1.4 El fenómeno de la supercontracción

La hilos de seda de la glándula ampulácea mayor presentan la capacidad de absorber agua en ambientes de alta humedad. Cuando esto ocurre,

2.1 Introducción a las arañas, la seda y las telas orbiculares

pueden reducir su longitud inicial hasta en un 50% y doblar su diámetro el desplazamiento axial no está restringido, dando lugar al efecto conocido como *supercontracción* [124, 125]. La función de la supercontracción fue, en primer lugar, entendida como un mecanismo de ajuste para las telas, de manera que éstas se mantuviesen bajo tensión tras la deformación permanente producida por los impactos, o como mecanismo de adaptación a medios ambientes altamente húmedos [125, 126, 41, 14]. Otros autores apuntan a la capacidad de las arañas para ajustar las propiedades mecánicas de la seda a través del uso de la supercontracción [42].

Cuando se restringe el desplazamiento en dirección axial de los extremos de un hilo de seda ampulácea mayor, y se aumenta la humedad relativa del ambiente (dando lugar a la supercontracción) la compatibilidad de deformaciones impone la aparición de una tensión de tracción. Bell et al. [6] realizaron medidas experimentales del valor de esta tensión con especímenes de seda obtenidos a través de hilado forzado. En estos ensayos se aumentó progresivamente la humedad relativa hasta un 90% a lo largo de 5 minutos, observando que las tensiones generadas eran superiores al límite elástico del material (cercasas al 22% de la resistencia última de la seda). Además, pudieron constatar un proceso de relajación posterior que condujo a un valor nulo de la tensión, a pesar de aumentar la humedad relativa. Si este fenómeno induce deformaciones plásticas en el material y además el hilo no es capaz de mantener el estado tensional en el tiempo, la teoría de la utilidad de la supercontracción como mecanismo de autoajuste de la pretensión en la tela perdería todo sentido. Sin embargo, diversos autores [41, 95], en posteriores experimentos, observaron que las tensiones producidas por la supercontracción cuando se fijaban los extremos de los hilos eran alrededor del 5% de la resistencia última del material, valores que se encuentran dentro del rango de comportamiento elástico del material. Savage et al. [95] atribuyeron la

diferencia de resultados con Bell et al. [6] a que los éstos utilizaron seda obtenida mediante hilado forzoso. Las sedas tejidas de manera natural y forzada tienen propiedades diferentes debido principalmente a una fricción interna que aplican las arañas cuando son obliga a producir seda [83].

La supercontracción no solo afecta a las tensiones en la tela, también modifica las propiedades mecánicas con un descenso de su módulo elástico de 100 GPa hasta 0.01 GPa y dan lugar a un notable aumento en su extensibilidad, lo que aproxima su respuesta a la de las gomas elásticas [36]. En la especie *Araneus diadematus* el módulo elástico inicial puede variar desde 10 GPa (seda natural) a 4 GPa (supercontraída) [69]. En el capítulo 6 se estudiarán las posibles implicaciones que puede tener este efecto en la capacidad sensorial de la tela.

2.1.5 Geometría de la telaraña orbicular

La tela de araña orbicular está formada por múltiples hilos fabricados con diferentes tipos de seda que desempeñan diversas funciones. En el presente documento, para la denominación de los diferentes hilos se emplearán términos del español, incluyendo entre paréntesis el término original en inglés [9, 131] la primera vez que se cite.

La Figura 2.4 permite definir la nomenclatura de los hilos que forman una tela de araña. Partiendo desde la periferia hacia el interior, aprovechando la topología radial, se encuentran los hilos de *anclaje* (mooring), que fijan la tela al entorno. Por su extremo opuesto terminan en una intersección con los hilos de *marco* o *marco primario* (frame). Los tramos de *marco secundario* (secondary frame, radial Y-structure), conectan dos hilos de marco en la zona próxima a su intersección con un hilo de anclaje; permiten distanciar los hilos radiales de los de anclaje. Conectados a los hilos de marco primario y secundario, se encuentran los hilos *radiales* (radial) que convergen en el *centro* de la tela (hub).

2.1 Introducción a las arañas, la seda y las telas orbiculares

Los hilos *espirales* (spiral) forman la zona de captura, que guarda gran similitud con la espiral aritmética, manteniendo un paso sensiblemente constante en cada vuelta. Entre la espiral de captura y el centro, la araña suele dejar una *zona libre* (free zone), que se ve interrumpida por una *espiral rígida* (stiff hub), la cual se asemeja más a una espiral logarítmica.

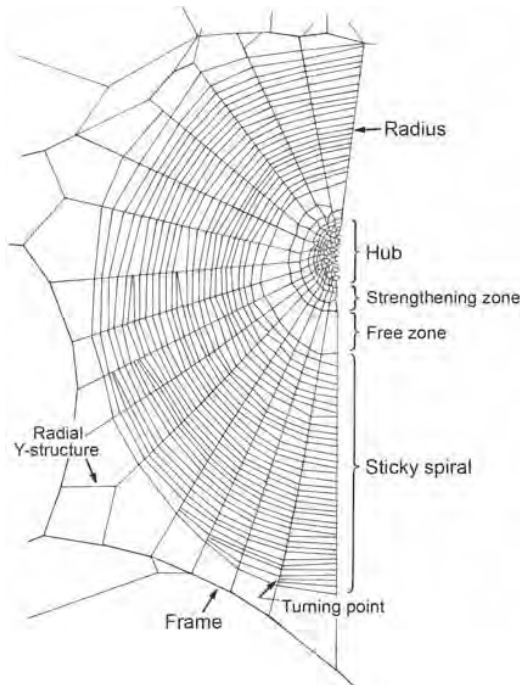


Figura 2.4. Geometría de una telaraña orbicular y elementos característicos [33].

Los parámetros que definen la geometría de las telas de araña orbiculares han sido estudiados por numerosos autores. En estos estudios se han medido los elementos característicos de una tela tales como el área promedio, la longitud y número de los hilos espirales y radiales. En la tabla 2.3 se muestran los valores promedio de parámetros geométricos determinados por Vollrath et al. [114], a partir

Antecedentes

de mediciones realizadas sobre 310 telas de arañas orbiculares producidas por 106 arañas de la especie *Araneus diadematus*. Estos valores serán utilizados posteriormente para definir la geometría de una tela de araña de referencia.

Parámetro	Valor promedio
Área promedio de la tela	900.0 cm ²
Número de hilos radiales	33.4 ± 0.29
Longitud de los hilos radiales	3383 ± 49 mm
Longitud de los hilos espirales	9487 ± 211 mm

Tabla 2.3. Valores promedios de los parámetros geométricos de las telas de arañas orbiculares producidas por la especie *Araneus diadematus* [114].

Los parámetros arriba indicados quedan definidos durante la construcción de la tela, y dependen tanto de la araña como de múltiples variables externas. Este proceso de construcción ha sido profundamente estudiada por Zschokke [132, 136, 133], distinguiendo una serie de etapas: en primer lugar, la araña comienza uniendo hilos en un punto central desde los extremos de lo que posteriormente será la tela. Estos hilos son modificados cuando la araña crea el marco de la tela, y algunos pasan a ser hilos radiales y de anclaje. Posteriormente, la araña crea una espiral auxiliar, hecha de seda ampulacea menor principalmente, que permitirá mantener los hilos radiales unidos durante el proceso de construcción de la espiral de captura. Esta segunda etapa se construye desde el exterior hacia el interior de la tela. A medida que la araña se aproxima al centro de la tela va eliminando la espiral auxiliar, pues ya no es necesaria. Finalmente, cuando alcanza el centro, crea una espiral rígida de seda MAS con aspecto de espiral logarítmica, donde la araña permanecerá (habitualmente) a la espera del impacto de una presa.

2.1 Introducción a las arañas, la seda y las telas orbiculares

Durante el proceso de construcción de la tela, la araña pretensa los hilos con objeto de mantener una cierta estabilidad frente a cargas de viento. No obstante, la función esencial que cumple el estado de pretensión en los hilos es permitir que las ondas se propaguen a través de ellos. De esta forma la telaraña transmite a la araña las perturbaciones provenientes de presas, depredadores o parejas potenciales. Así, el estado de pretensión afecta notablemente la velocidad con que las ondas se propagan en la tela. El único estudio que proporciona un valor experimental de las pretensiones en la tela orbicular es debido a Wirth y Barth [123], quienes midieron estas fuerzas en las telas de diferentes especies de la familia Araneioidea: *Araneus diadematus*, *Zygiella x-notata*, *Nuctenea umbratica* y *Nephila clavipes*. Un dispositivo instrumentando con transductores con el que se aplicaron fuerzas transversales al hilo, permitió determinar los valores de pretensión. Además los autores investigaron la evolución de estas fuerzas durante todo el proceso de creación de la tela, encontrando diferencias notables entre la espiral auxiliar y la espiral de captura, así como entre los hilos radiales de la parte superior e inferior de la tela. Las fuerzas presentes resultaron del orden de centenas de μN , con relaciones 10:7:1 entre las fuerza de los hilos de anclaje, marco y radiales (Figura 2.5).

El estudio de la pretensión es clave en la presente tesis doctoral, pues influye en dos aspectos fundamentales concernientes a los análisis realizados. En primer lugar, el nivel de pretensión afecta a la cantidad de energía interna que es capaz de absorber el material, pues a mayor nivel de pretensión, mayor carga soportan los hilos antes de sufrir un impacto y, por tanto, menor capacidad de disipación de energía. En segundo lugar la pretensión, como se analizará en el capítulo 6, influye directamente en la transmisión de las ondas en la tela.

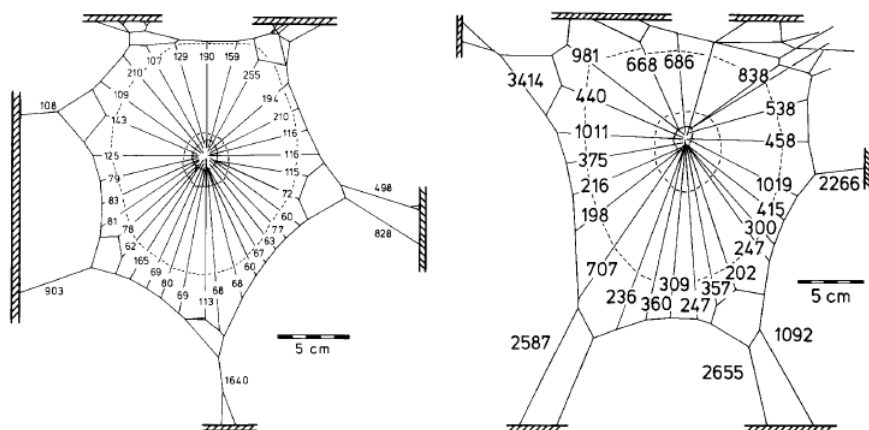


Figura 2.5. (a) Fuerzas de pretensión en μN en las telas de la especie *Araneus diadematus* [123].

2.2 La tela de araña como elemento estructural multifuncional

La tela de araña orbicular ha sido estudiada ampliamente como un elemento estructural multifuncional, y son numerosos los estudios sobre la relación entre el comportamiento estructural y su función biológica. Los estudios más relevantes se han centrado esencialmente en tres aspectos: el efecto de la fuerza aerodinámica, la correlación entre la arquitectura y su comportamiento ante carga transversal, y la propagación de ondas como elemento de transmisión de información. Son precisamente en estas tres temáticas en las que se ha pretendido aportar, con la presente tesis, una revisión de algunos de los conceptos previamente establecidos, empleando metodologías de la Mecánica Estructural.

2.2 La tela de araña como elemento estructural multifuncional

2.2.1 La fuerza aerodinámica en las telas de araña

La fuerza aerodinámica y su relación con la arquitectura en el diseño de las telas de araña ha sido motivo de debate entre numerosos autores. En 1984, Hieber [48] observó, en un estudio experimental, que las arañas de la especie *Araneus diadematus* reducían significativamente el área superficial de sus telas en respuesta al viento, en lo que podría ser una estrategia para evitar daños en la estructura.

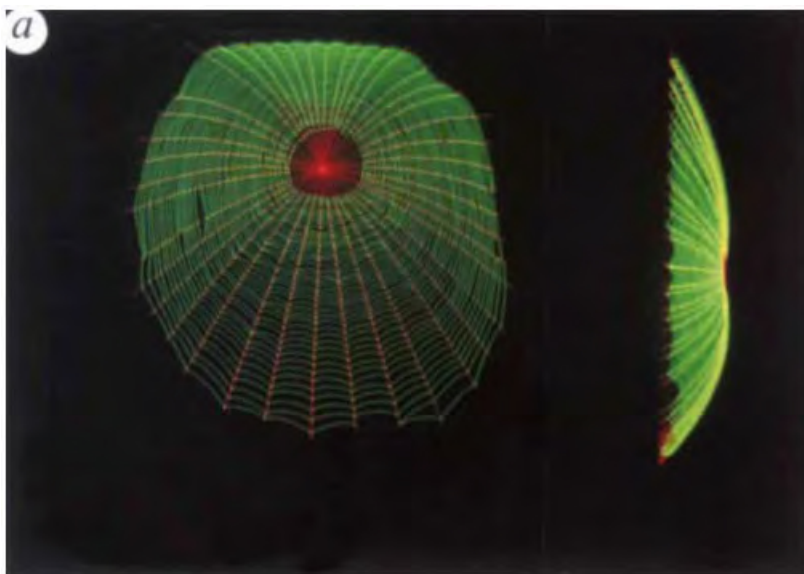


Figura 2.6. Modelo de elementos finitos desarrollado por Lin et al. [66] sometido a carga de viento.

Lin et al. [66, 67, 65] realizaron un análisis combinado de impactos sobre telas reales y simulaciones por ordenador, observando que la deformación en los hilos de seda durante el impacto era insuficiente para explicar la energía disipada por las telas de araña. Para aproximarse a los resultados experimentales mediante modelos de elementos finitos (figura 2.6), fue necesario tener en cuenta la resistencia aerodinámica, destacando la importancia de este efecto en el comportamiento estructural

2.2 La tela de araña como elemento estructural multifuncional

de manera significativa debido a la resistencia aerodinámica, resaltando el importante papel de este efecto en la respuesta de las telas de araña frente a carga dinámica.

Sensenig et al. [97] analizaron vídeos de alta velocidad de presas impactando en telarañas, cuantificando las distintas vías de disipación de la energía cinética. Para ello midieron directamente la deformación de los hilos de seda y calcularon el trabajo interno realizado por los hilos radiales y espirales, así como el trabajo de las fuerzas aerodinámicas. De acuerdo con sus observaciones, la energía disipada tanto por los hilos espirales como por la fuerza aerodinámica tiene un papel secundario, constituyendo la deformación en los hilos radiales la principal fuente de disipación (alcanzando niveles del 98% de la energía cinética de la presa). Sin embargo, en telas de menor tamaño como las tejidas por las especies *Verrucosa arenata*, *Neoscona domiciliorum* y *Larinioides cornuts*, tanto los hilos espirales como la fuerza aerodinámica sí que demostraron un papel relevante en la disipación de energía, lo que llevó a los autores a justificar parcialmente los resultados de Lin et al. [66] al haber usado arañas de pequeño tamaño. Al igual que Lin et al. [66], Sensenig et al. [97] consideraron la fuerza aerodinámica como independiente del diámetro del hilo, lo que obliga a observar las conclusiones del trabajo con cautela.

Sin embargo, otros autores [63, 114, 127] han comprobado mediante el estudio de la geometría de telarañas orbiculares que los efectos aerodinámicos son fundamentales en su comportamiento estructural y que, además, las arañas podrían considerar la resistencia aerodinámica para el diseño de sus telas en función del nivel de viento. Liao et al. [63] analizaron la influencia del viento en las propiedades mecánicas de la seda y en el comportamiento estructural de las telas de araña orbiculares. Las arañas que habitaban zonas con fuertes vientos creaban telas con hilos más gruesos y resistentes. Por contra en zonas donde el viento no era predominante, los hilos fueron más finos y menos resistentes.

Wu et al. [127] expusieron a la misma especie de arañas a viento para comprobar cómo afectaba éste a la geometría. Los autores pudieron comprobar que al someter a las arañas a viento, éstas construían telas más pequeñas y menos densas con hilos de mayores diámetros. Por contra, cuando las telas eran construidas en ausencia de viento, las arañas tejieron zonas de captura más grandes, con mayor densidad de hilo y con menores diámetros. El efecto de las fuerzas aerodinámicas bajo carga de viento e impacto, su implicación en la geometría y la relación con estas observaciones experimentales son analizadas en el capítulo 4.

2.2.2 La arquitectura de la telaraña y su influencia en la resistencia frente a impacto

Craig [17] fue la primera autora en realizar un estudio sobre la relación entre arquitectura y funcionalidad estructural en telas de araña. Para ello analizó resultados tanto de ensayos experimentales como de simulaciones numéricas. Para la obtención de estos últimos, utilizó un código de análisis de estructuras de cables (figura 2.8), considerando comportamiento elástico lineal e idénticas propiedades para hilos radiales y espirales a pesar de ser marcadamente diferentes (figuras 2.1 y 2.3). Entre las numerosas conclusiones del estudio, la autora encontró que las telas con mayor capacidad de absorción de energía cinética presentaban un mayor ratio número de hilos radiales/vueltas de hilo espiral por unidad de longitud. Variando la pretensión en los hilos radiales, número de hilos radiales y espirales, así como la inclinación de la fuerza respecto del plano de la tela, pudo establecer ciertas relaciones entre la geometría de la tela y su capacidad de absorción de energía.

Lin y Sobek [65] pusieron de manifiesto la existencia de una ordenación jerárquica de los hilos en el comportamiento estructural de las telas, y cómo ésta ordenación está intrínsecamente ligada a la distribución de la pretensión, las diferencias de rigidez entre hilos de la misma

2.2 La tela de araña como elemento estructural multifuncional

categoría y, finalmente, a la rigidez de la tela de araña. A través del análisis estructural de diversas configuraciones (figura 2.9) evidenciaron la influencia de esta ordenación en la distribución de las tensiones dentro de la tela.

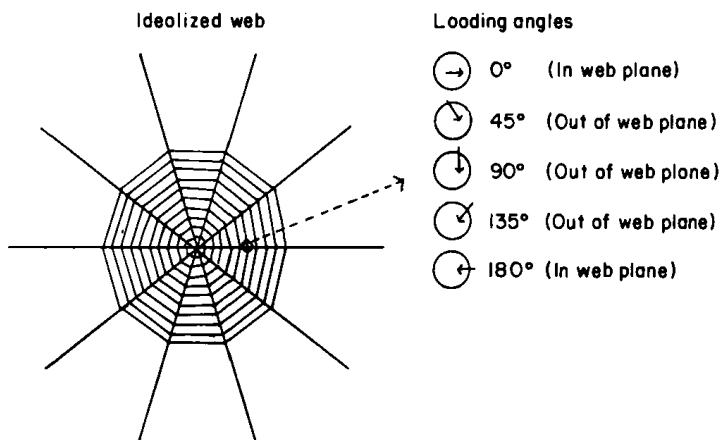


Figura 2.8. Modelo numérico desarrollado de una tela de araña simplificada [17].

En particular, las diferencias de rigidez y resistencia entre hilos aportaría a la tela una mayor seguridad estructural, permitiendo que los hilos de mayor responsabilidad tengan la mayor proporción de cargas aplicadas (si bien estos hilos son también más resistentes) y cuanto mayor sea la diferencia entre las rigideces de los hilos mayor será este efecto. A partir de estos análisis, se observó que las fuerzas, en promedio, se distribuyeron gradualmente entre los de anclaje, de marco, radiales y espirales. Este es el orden jerárquico por el cual la rigidez y la pretensión de los hilos disminuye. Finalmente sugirieron que esta distribución de rigideces puede otorgar a las telas una mayor seguridad estructural, permitiendo que zonas más importantes para la tela tengan una mayor resistencia y el fallo se produzca en zonas menos relevantes y de fácil reposición por parte de las arañas (hilos espirales), y que hilos formados

por proteínas energéticamente más valiosas pudieran ser reciclados en caso de degradación. Este estudio pone de manifiesto la importancia de la topología y las conexiones de los hilos en el comportamiento estructural de las telas de araña.

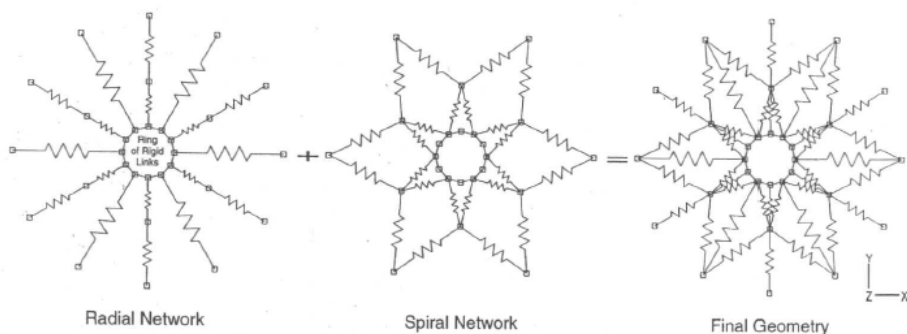


Figura 2.9. Modelos esquemáticos utilizado por Lin y Sobek [65] en el estudio de la jerarquía estructural presente en las telas de araña.

Aoyanagi y Okumura [3], desarrollaron un modelo analítico para estudiar el comportamiento de las telas de araña. En este estudio comprobaron que cuando los hilos radiales son lo suficientemente resistentes en comparación con los espirales, el modelo está libre de concentración de tensiones, incluso si hay elementos rotos. Según los autores, las arañas podrían aumentar la longitud del hilo espiral para realizar telas más densas (pudiendo atrapar pequeños insectos) o ajustar el número de hilos radiales sin reducir la tolerancia al daño de las telas.

Cranford et al. [18], en un estudio posterior desarrollado mediante modelos numéricos y ensayos experimentales, evaluaron la tolerancia al daño de las telas cuando se eliminan secciones de ésta y se les aplica una carga. La eliminación de hasta el 10% de los hilos en diferentes zonas tuvo escaso impacto sobre la respuesta de las telarañas. Es más, se comprobó que la capacidad de carga de las telas aumentaba de un 3 a un 10% con la introducción de defectos. Se observó que, en todos los casos, el fallo se limitaba al hilo en el que se aplicaba la carga, lo que

2.2 La tela de araña como elemento estructural multifuncional

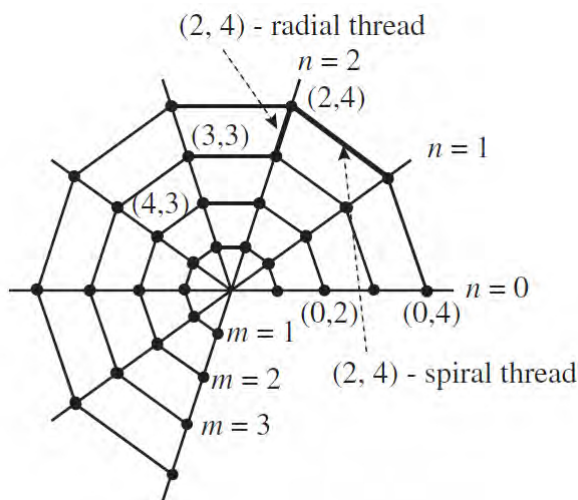


Figura 2.10. Geometría del modelo simplificado desarrollado por Aoyanagi y Okumura [3] para una tela de araña.

conducía a que cuando el hilo cargado era de tipo espiral, la degradación de la tela quedaba localizada, mientras que la carga de un hilo radial daba lugar a deformaciones más grandes. En el mismo estudio, Cranford et al. [18] investigaron cómo la respuesta no lineal de la seda es una de las clave de su eficiente respuesta frente a cargas transversales. Para ello desarrollaron modelos de telas de arañas con hilos de diferente comportamiento mecánico: i) propiedades realistas ajustadas a los ensayos uniaxiales de tracción; ii) comportamiento elástico lineal; iii) comportamiento elástico perfectamente plástico, todos ellos con misma deformación y tensión de rotura. Para unas propiedades realistas de la seda de araña, el fallo se produjo de manera localizada en la zona de carga, mientras que en el resto de los casos el fallo se extendió a las zonas adyacentes. Esto puede explicarse como parte de la evolución de las sedas de araña, que han progresado hacia la localización de daños, introduciendo un nuevo concepto de elementos de sacrificio. Debido al esfuerzo metabólico que requiere reconstruir una tela entera, el fallo

localizado de estos elementos de sacrificio es la opción preferencial puesto que permite seguir y capturando presas en otras zonas de la tela. Por otro lado, facilita una reconstrucción de la zona dañada, con un coste notablemente inferior. Esto concuerda con las observaciones experimentales de otros autores, que han comprobado cómo las arañas reparan el daño producido en las telas [28, 108, 122, 88]. La introducción del concepto de elementos de sacrificio en la tela, toma relevancia en el capítulo 5 donde se estudia cómo la tela podría beneficiarse de un diseño estructural orientado al fallo.

2.2.3 La función de la propagación de ondas en las telas de araña

La respuesta de las arañas a las vibraciones ha sido comentada por los investigadores desde hace más de 100 años. En 1880 Boys [16] observó como una araña atacaba a un diapasón vibrando próximo a la tela. Igualmente, en 1890 McCook [76] pudo observar cómo reaccionaban al sonido de los instrumentos. Peckham y Peckham [86], Meyer [77] y otros autores observaron además que la araña respondía a vibraciones procedentes tanto del aire como de la propia tela. Walcott y Van der Kloot [120] fueron los primeros en localizar los órganos receptores de vibraciones en la unión del tarso-metatarso, y en medir los límites de respuesta en frecuencia de las arañas. Walcott [119] sugirió que las arañas de la especie no constructora de telas orbiculares *Parasteatoda tepidariourum* obtenían mayor información de las vibraciones transmitidas por el aire frente a aquellas transmitidas por la tela. Más adelante, Klarner y Barth [55] observarían lo contrario en la arañas de la familia Araneidae: *Zygiella x-notata* y *Nephila clavipes*. En dicho estudio, las vibraciones transmitidas por el aire raramente provocaban un comportamiento predador, frente a las vibraciones transmitidas por la tela a las que si respondían con mayor precisión.

2.2 La tela de araña como elemento estructural multifuncional

El desarrollo de equipos de medición sin contacto, tales como el vibrómetro láser de efecto Doppler, permitió que a principios de los años 80 se realizaran numerosos avances en la comprensión de los fenómenos vibratorios y de propagación de ondas en telas, y en la respuesta producida en las arañas. En 1981 Masters and Markl [74] realizaron los primeros trabajos en este ámbito, investigando la transmisión, en un amplio rango de frecuencias (de 1 a 10000 Hz), de las tres ondas características de una tela: transversal (desplazamiento perpendicular al hilo y al plano de la tela), lateral (desplazamiento perpendicular al hilo en el plano de la tela), y longitudinal (desplazamiento a lo largo del eje del hilo). En estos ensayos se aplicó un pulso sobre un hilo radial en la periferia de la tela, en una de las tres direcciones mencionadas, y se midió la respuesta en el centro de la tela. Según las observaciones de estos autores, los hilos radiales son los más relevantes en la transmisión de las ondas. Así mismo, las ondas longitudinales mostraron una atenuación notablemente menor que las transversales y laterales en todo el rango de frecuencias. En 1982 Barth et al. [5, 55, 101, 46] realizaron numerosos avances en la comprensión del funcionamiento de los receptores de vibraciones en las arañas (figura 2.11), así como en la caracterización de los rangos de respuesta y su efecto en la localización de las presas. En relación con la capacidad de los órganos receptores de vibraciones, se ha observado respuesta a estímulos de amplitud hasta 10 nm [64, 5], lo que indica la gran capacidad de estos animales para utilizar las vibraciones como fuente de información.

Frohlich y Buskirk [34], también en 1982, desarrollaron un modelo basado en la mecánica de cables para estudiar la respuesta en frecuencia de las telas de araña, utilizando propiedades mecánicas obtenidas experimentalmente por otros autores. En años posteriores, Masters [73, 75] realizó una de las investigaciones más profundas sobre el comportamiento vibratorio de las telas de araña como estructura.

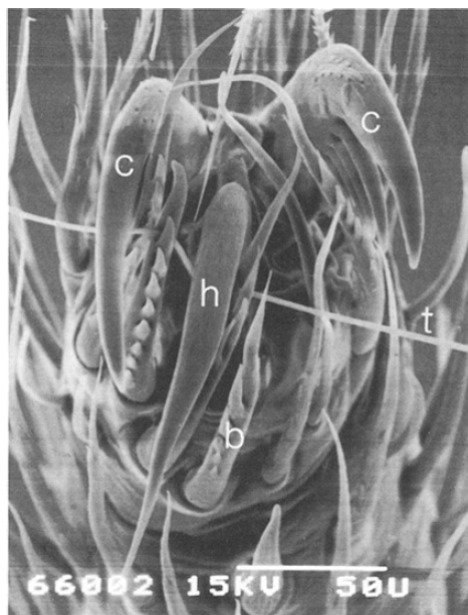


Figura 2.11. Detalle de una araña *Zygiella x-notata* apresando un hilo de seda para monitorizar vibraciones sobre un hilo de la tela [55].

Masters [73] estudió la transmisión de las ondas a través de la tela, utilizando una metodología similar a la utilizada por el mismo autor en [74], aplicando pulsos en la periferia de la tela y midiendo las vibraciones en el centro. En este estudio observó cómo las vibraciones de las ondas longitudinales apenas mostraban atenuación, mientras las ondas transversales y laterales mostraban signos claros de pérdida de energía a partir de los 1000 Hz (Figura 2.12a). En este artículo se introdujo el concepto de direccionalidad, entendida como capacidad de transmisión de las ondas a través de hilos sobre los que no se ha aplicado la excitación. Según este estudio, las ondas longitudinales poseen una gran direccionalidad, lo que las hace potencialmente útiles para la localización de presas en la tela (Figura 2.12b).

Masters [75] utilizó arañas de la especie *Nuctenea umbratica* para estudiar uno de los problemas clave en esta temática; distinguir entre

2.2 La tela de araña como elemento estructural multifuncional

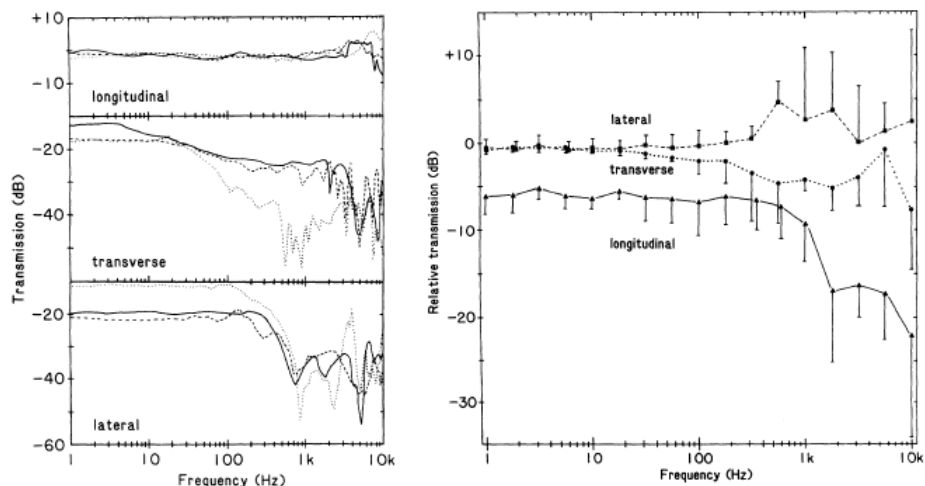


Figura 2.12. (a) Transmisión de las ondas a través de la tela. (b) Direccionalidad de las ondas en la tela. El eje de ordenadas representa el cociente entre la amplitud del punto de medición y la amplitud del punto de excitación, en dB. Puntos de medición y excitación están sobre hilos radiales distintos [73].

vibraciones producidas por presas de vibraciones irrelevantes tales como las producidas por el viento. Para ello midió la mínima amplitud para la cual se producía una respuesta en la araña en función de la frecuencia del pulso sinusoidal aplicado. Las ondas longitudinales volvieron a ser más relevantes, con una amplitud de 10 a 20 dB inferior a la de los otros dos tipos de ondas en hilos no excitados. Landolf y Barth [61], en un estudio similar, esta vez con la especie *Nephila clavipes*, midieron la respuesta a un estímulo aplicado sobre diferentes hilos radiales, evidenciando el papel de la geometría en la transmisión de vibraciones en tela de araña.

Los estudios realizados por los autores citados anteriormente, motivaron a realizar el análisis llevado a cabo en el capítulo 6, en el que se estudiará por primera vez la relación entre pretensión y la propagación de las ondas a través de la tela.

3

Métodos

3.1 Introducción

El objetivo de este capítulo es presentar los métodos y modelos utilizados en la tesis. Para ello se desarrolla una introducción a la Mecánica de Sólidos, que establecerá un marco para definir posteriormente la formulación de la modelización constitutiva de la seda de araña. Además, se describe la implementación, en el modelo numérico, de la fuerza aerodinámica y la pretensión, características identificadas en el anterior capítulo como claves para la simulación del comportamiento de las telas de araña. Finalmente, se describirá el elemento implementado para el hilo de seda, así como el modelo de elementos finitos desarrollado.

Los métodos experimentales utilizados en la presente tesis se han desarrollado en la Universidad de Oxford y se detallan en el capítulo 6.

3.2 Introducción a la Mecánica de Sólidos

La Mecánica de Sólidos se engloba dentro de la Mecánica del Medio Continuo, que del mismo modo incluye a la Fluido mecánica, la Termodinámica y la Transferencia de calor bajo un mismo marco formal.

Un medio continuo se define como un conjunto infinito de partículas que es estudiado -obviando las discontinuidades inherentes- como un conjunto macroscópico. Dada las características del problema que pretende estudiarse, este capítulo presenta aquellos conceptos generales de cinemática, tensión y ecuación constitutiva que se precisan para los modelos desarrollados en la tesis. Estos conceptos se introducirán en un marco tridimensional y se particularizarán posteriormente al caso unidimensional, para su aplicación a los modelos desarrollados de seda de araña. En el caso que nos ocupa, la cinemática del sólido a estudiar se enmarca en el ámbito de grandes deformaciones y rotaciones. Los conceptos presentados a continuación se han compilado de los libros Holzapfel [49], de Souza Neto et al. [21], Bergstrom [7] y Olivella et al. [82].

3.2.1 Cinemática en grandes deformaciones

Cuando se produce un impacto de un insecto en una tela de araña, la geometría de ésta sufre una gran distorsión, en la que se producen grandes rotaciones acompañadas por grandes alargamientos de los hilos. Por tanto, para aproximar el comportamiento de estas estructuras resulta imprescindible describir la cinemática en grandes deformaciones.

Sea \mathbf{X} el vector que define la posición de un punto material en la configuración de referencia Ω_0 correspondiente al instante $t = 0$, y \mathbf{x} el vector de posición de la misma partícula en la configuración deformada Ω_t correspondiente al instante $t > 0$. En ausencia de procesos de fisuración, puede definirse una relación biunívoca entre ambos vectores

$$\mathbf{x} = \mathcal{X}(\mathbf{X}, t) \tag{3.1}$$

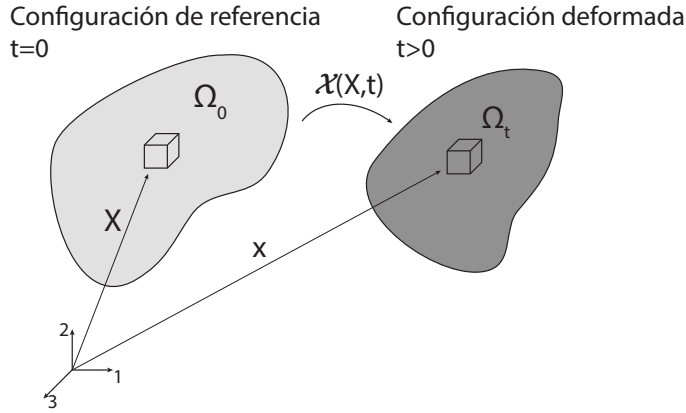


Figura 3.1. Configuraciones de referencia y deformada en un sólido deformable.

donde \mathcal{X} es una función vectorial que mapea, para cada instante t el vector de referencia (o material) \mathbf{X} en el vector \mathbf{x} que define la posición actual (o espacial).

3.2.2 Gradiente de deformación

La forma convencional de cuantificar el cambio de forma de elementos de línea infinitesimales en el sólido deformable es mediante el *tensor gradiente de deformación* \mathbf{F} definido como:

$$\mathbf{F} = \frac{\partial \mathcal{X}(\mathbf{X}, t)}{\partial \mathbf{X}} = \frac{\partial \mathbf{x}}{\partial \mathbf{X}} = \begin{bmatrix} \frac{\partial x_1}{\partial X_1} & \frac{\partial x_1}{\partial X_2} & \frac{\partial x_1}{\partial X_3} \\ \frac{\partial x_2}{\partial X_1} & \frac{\partial x_2}{\partial X_2} & \frac{\partial x_2}{\partial X_3} \\ \frac{\partial x_3}{\partial X_1} & \frac{\partial x_3}{\partial X_2} & \frac{\partial x_3}{\partial X_3} \end{bmatrix} \quad (3.2)$$

donde los subíndices 1, 2, y 3 se refieren a las direcciones de los ejes de coordenadas. Utilizando esta definición, se puede mapear un vector diferencial $d\mathbf{X}$ en Ω_0 en el vector $d\mathbf{x}$ en Ω mediante una transformación

lineal tal que:

$$d\mathbf{x} = \mathbf{F}(\mathbf{X}, t)d\mathbf{X} \quad (3.3)$$

3.2.2.1 Descomposición polar

El tensor de deformación contiene la información relativa tanto a las deformaciones como a las rotaciones que ha sufrido el punto material. Sin embargo, las tensiones deben estar relacionadas únicamente con los procesos de cambio de forma, pero no con las rotaciones. La descomposición polar del gradiente de deformaciones permite representar la cinemática de un punto material como una deformación seguida de una rotación (ecuación (3.4)), o rotación seguida de deformación (ecuación (3.5)):

$$\mathbf{F} = \mathbf{R}\mathbf{U} \quad (3.4)$$

$$\mathbf{F} = \mathbf{V}\mathbf{R} \quad (3.5)$$

donde \mathbf{U} y \mathbf{V} son el *tensor de alargamiento derecho* e *izquierdo* respectivamente, definidos positivos y simétricos. \mathbf{R} es un tensor ortogonal, denominado *tensor de rotación*.

Utilizando las ecuaciones (3.4) y (3.5) se puede obtener el tensor *derecho de Cauchy-Green*, que depende únicamente de los alargamientos:

$$\mathbf{C} = \mathbf{F}^T \mathbf{F} = \mathbf{U}^T \mathbf{R}^T \mathbf{R} \mathbf{U} = \mathbf{U}^2 \quad (3.6)$$

Procediendo de forma análoga con el tensor \mathbf{V} , se define el *tensor izquierdo de Cauchy-Green*

$$\mathbf{B} = \mathbf{F} \mathbf{F}^T = \mathbf{V} \mathbf{R} \mathbf{R}^T \mathbf{V}^T = \mathbf{V}^2 \quad (3.7)$$

En la formulación de los modelos de comportamiento de material, utilizar estos tensores permite obviar la componente de rotación del tensor gradiente de deformación. Esto es especialmente importante en

una tela de araña donde los desplazamientos y rotaciones provocados por un impacto producen grandes variaciones de la dirección del hilo con respecto a su posición en la configuración de referencia de la tela.

3.2.2.2 Deformación volumétrica

El tensor gradiente deformación permite también obtener la deformación volumétrica, mediante la expresión

$$\frac{dv}{dV} = J = \det \mathbf{F} \quad (3.8)$$

3.2.2.3 Tensor gradiente de la velocidad

La variación temporal del gradiente de deformaciones se denomina *tensor gradiente de la velocidad* $\dot{\mathbf{F}}$

$$\dot{\mathbf{F}} = \frac{\partial}{\partial t} \frac{\partial \mathbf{x}}{\partial \mathbf{X}} = \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial \mathbf{X}} = \mathbf{L} \mathbf{F} \quad (3.9)$$

donde $\mathbf{L} = \text{grad } \mathbf{v}$, siendo \mathbf{v} la velocidad, es un tensor denominado *gradiente de la velocidad* y permite relacionar $d\mathbf{x}$ con su derivada temporal a través de la expresión $d\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{L}d\mathbf{x}$. A su vez, es útil definir el tensor *velocidad de deformación* \mathbf{D} , y tensor *spin* \mathbf{W} , que representan la descomposición en la parte simétrica y asimétrica, respectivamente, del tensor gradiente de la velocidad

$$\mathbf{L} = \mathbf{D} + \mathbf{W} \quad (3.10)$$

donde

$$\mathbf{D} = \frac{1}{2} (\mathbf{L} + \mathbf{L}^T) \quad (3.11)$$

$$\mathbf{W} = \frac{1}{2} (\mathbf{L} - \mathbf{L}^T) \quad (3.12)$$

El tensor \mathbf{D} se relaciona la velocidad de deformación y el tensor \mathbf{W} con la velocidad de rotación.

3.2.3 Tensores de deformación

Existen diferentes formas de medir la deformación y la elección de una medida depende del análisis particular. Las medidas de deformación comúnmente utilizadas en descripción espacial euleriana son:

- Deformación nominal

$$\mathbf{E}_N = \mathbf{V} - \mathbf{I} \quad (3.13)$$

- Deformación de Hencky o verdadera:

$$\mathbf{E}_H = \ln \mathbf{V} \quad (3.14)$$

- Deformación de Euler-Almansi:

$$\mathbf{E}_E = \frac{1}{2} [\mathbf{I} - \mathbf{B}^{-1}] \quad (3.15)$$

siendo \mathbf{I} el tensor identidad de orden 2. Se ha elegido definir los tensores de deformación en descripción euleriana porque son los utilizados en el desarrollo de las formulaciones constitutivas que se expondrán más adelante. Sin embargo, existen otros tensores de deformación referidos a una descripción material lagrangiana, definidos por medio de los tensores \mathbf{U} y \mathbf{C} .

3.2.4 Concepto de Tensión

Sea un sólido Ω_t en un instante de tiempo t , sometido a un estado de cargas superficiales y de volumen. Se considera un plano π que pasa por una partícula P , con normal \mathbf{n} en dicho punto y que divide en dos al

3.2 Introducción a la Mecánica de Sólidos

solido (figura 3.2). Esta división genera una superficie S que delimita el contorno de cada mitad, y sobre la cual actuarán fuerzas superficiales debidas al contacto entre ambas. El postulado de Cauchy establece que, en el punto P , la fuerza superficial ejercida por una mitad del sólido Ω_t sobre la otra depende únicamente de la normal \mathbf{n} a la sección en dicho punto. Esta fuerza por unidad de área se denomina vector tensión de Cauchy $\mathbf{t}(\mathbf{x}, \mathbf{n})$, el cual depende de la posición \mathbf{x} , y de la normal \mathbf{n} .

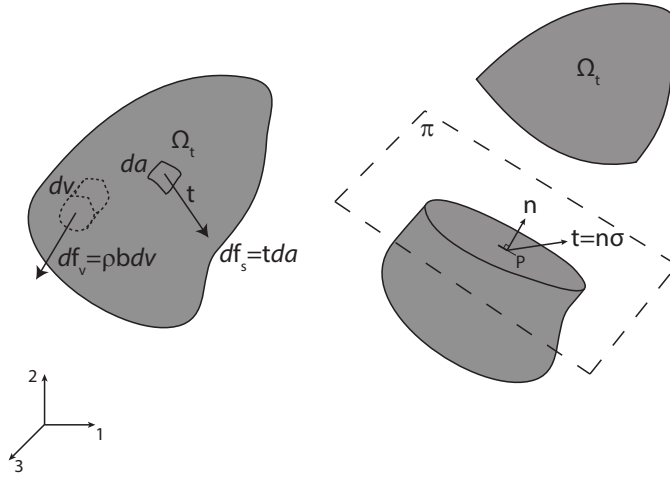


Figura 3.2. Concepto de tensión. Sea $\mathbf{b}(\mathbf{x})$ la fuerza externa volumétrica y $\mathbf{t}(\mathbf{x}, \mathbf{n})$ el vector tensión de Cauchy en el contorno del sólido $\partial\Omega_t$.)

3.2.5 Principio de balance de momento

Sea $\mathbf{b}(\mathbf{x})$ la fuerza volumétrica y $\mathbf{t}(\mathbf{x}, \mathbf{n})$ el vector de tensión de Cauchy en $\partial\Omega_t$. El postulado del balance de momento establece que para cualquier subdominio del sólido en la configuración deformada han de satisfacerse tanto el balance de momento lineal

$$\int_{\partial\Omega_t} \mathbf{t} da + \int_{\Omega_t} \rho \mathbf{b} dv = \int_{\Omega_t} \rho \dot{\mathbf{v}} dv \quad (3.16)$$

como el balance de momento angular

$$\int_{\partial\Omega_t} \mathbf{x} \times \mathbf{t} da + \int_{\Omega_t} \mathbf{x} \times \rho \mathbf{b} dv = \int_{\Omega_t} \mathbf{x} \times \rho \dot{\mathbf{v}} dv \quad (3.17)$$

donde $\rho = \rho(\mathbf{x})$ es la masa por unidad de volumen en la configuración deformada Ω_t .

3.2.6 Teoremas de Cauchy

El teorema de Cauchy establece que, la dependencia del vector tensiones de Cauchy \mathbf{t} con la normal \mathbf{n} es lineal y, por tanto, existe un tensor de segundo orden $\boldsymbol{\sigma}(\mathbf{x})$ (tensor de tensiones de Cauchy) tal que

$$\mathbf{t}(\mathbf{x}, \mathbf{n}) = \boldsymbol{\sigma}(\mathbf{x})\mathbf{n} \quad (3.18)$$

Además el tensor de tensiones de Cauchy es simétrico

$$\boldsymbol{\sigma} = \boldsymbol{\sigma}^T \quad (3.19)$$

lo cual permite que el número de componentes independientes de dicho tensor se reduzca de 9 a 6.

Los anteriores teoremas se derivan de los principios de balance de momento de Souza Neto et al. [21].

3.2.7 Principio de objetividad material

Antes de realizar una modelización constitutiva, es conveniente definir el principio de objetividad material. Este principio establece que la respuesta de un material ha de ser objetiva y por tanto, independiente del observador. Así, dos observadores con sistemas de coordenadas independientes registrando el mismo evento han de ser capaces de obtener resultados equivalentes.

3.2 Introducción a la Mecánica de Sólidos

Sea $\mathbf{x} = \mathcal{X}(\mathbf{X}, t)$ el movimiento de una partícula respecto de un primer observador, y $\mathbf{x}^* = \mathcal{X}^*(\mathbf{X}, t)$ el mismo movimiento respecto de un segundo observador ambos pueden relacionarse de manera que

$$\mathcal{X}^*(\mathbf{X}, t) = \mathbf{c}(t) + \mathbf{Q}(t)\mathcal{X}(\mathbf{X}, t) \quad (3.20)$$

donde $\mathbf{c}(t)$ es un vector, y $\mathbf{Q}(t)$ es un tensor ortogonal, ambos dependientes del tiempo. El mapeo de \mathbf{x} en \mathbf{x}^* se denomina transformación euclídea, y preserva la distancia entre parejas de puntos y los ángulos, esto es, corresponde a un movimiento de sólido rígido relativo entre los diferentes observadores.

Puede demostrarse que la tensión de Cauchy se relaciona con el cambio de observador mediante la siguiente transformación

$$\boldsymbol{\sigma}^* = \mathbf{Q}\boldsymbol{\sigma}\mathbf{Q}^T \quad (3.21)$$

De acuerdo con el principio de objetividad material, si una ecuación constitutiva se satisface para el proceso dinámico $(\boldsymbol{\sigma}, \mathbf{X})$, entonces debe satisfacerse también para el proceso dinámico $(\boldsymbol{\sigma}^*, \mathbf{X}^*)$ generado por la transformación euclídea dada por la ecuación (3.20)

Un modelo constitutivo que viole este principio se verá afectado por los movimientos de sólido rígido, llevando por tanto a resultados incoherentes.

3.2.8 Modelos constitutivos

La Mecánica de Medios Continuos se establece conforme a una serie de principios generales considerados válidos con independencia del tipo de material, descripción espacial o medida de deformación utilizados. En estos principios generales encontramos los de conservación-balance (conservación de la masa, de la cantidad de movimiento y del momento angular) y el primer y segundo principio de la termodinámica. Para

completar el problema matemático es necesario definir de un conjunto de ecuaciones, denominadas *ecuaciones constitutivas*, propias del material que constituye el medio continuo.

En esta capítulo se han introducido las herramientas que permiten definir de manera matemática la cinemática de un cuerpo. A partir del tensor gradiente de deformación, se han definido los tensores de deformación que permiten medir el grado de distorsión de un material con respecto a una configuración de referencia. Por otro lado, el concepto de tensión permite describir las fuerzas internas presentes en un material. Finalmente, los modelos constitutivos permitirán relacionar la deformación de un material y otras variables termo-mecánicas, con la tensión. En la siguiente sección se definirán dos modelos constitutivos para la seda de araña.

3.3 Modelización constitutiva de la seda de araña

La seda es una fibra natural sintetizada y tejida en el abdomen de las arañas, y que puede ser producida por hasta 5 tipos de glándulas distintas. Las funciones y las propiedades mecánicas varían ampliamente entre los distintos tipos de seda, así como entre las diferentes especies de araña. Además se ha observado cómo estos artrópodos adaptan las propiedades de la seda ante cambios en la humedad, temperatura o viento. Los estudios realizados en la presente tesis conllevan el análisis de dos tipos de seda, responsables del desempeño estructural de las telarañas orbiculares. La espiral de captura estará formada por las sedas flageliforme+agregada, mientras que el resto de la estructura (hilos radiales, marco primario, etc...) estará formado por la seda producida en la glándula ampulácea mayor (*Major Ampulate Silk*, MAS).

3.3 Modelización constitutiva de la seda de araña

Los hilos de la espiral de captura, a pesar de estar compuestos por dos sedas (agregada+flageliforme) se modelizarán como un solo material, ya que en la práctica funcionan como tal. La seda agregada es viscosa, lo que permite la adhesión de las presas, evitando su fuga. La seda flageliforme, por contra, posee una gran deformación a rotura, lo que confiere al hilo espiral una gran extensibilidad, óptima para disipar energía cinética de presas voladoras. La seda MAS presenta una combinación de elevada tensión de rotura y ductilidad, única entre materiales naturales o producidos por el hombre [35, 113, 53, 18, 13].

El diámetro de los hilos de seda, compuestos por fibras cotejadas por la araña, es del orden de la micra. Sin embargo, su longitud puede variar desde algunos centímetros hasta varios metros. La elevada esbeltez hace que los hilos de seda tengan un comportamiento mecánico similar al de un cable, con una rigidez a flexión despreciable, y con una capacidad para resistir cargas axiales exclusivamente a tracción. Por otro lado el comportamiento mecánico de los hilos es altamente no lineal, (ver figura 2.2, capítulo 2), con ciclos de histéresis capaces de disipar más del 50% de la energía de deformación, y con valores de energía específica disipada superiores a los correspondientes a materiales avanzados (ver tabla 2.2, capítulo 2), especialmente en la seda MAS. En cuanto a la sección transversal, puede asumirse que las fibras de los hilos están distribuidas de manera homogénea, por lo que se considerará un comportamiento isótropo en dirección transversal al hilo. Por otra parte, ensayos realizados a distintas velocidades de deformación [78] muestran un aumento de la rigidez al aumentar ésta, así como una disminución de la ductilidad. Sin embargo, los resultados experimentales disponibles hasta la fecha son muy escasos y no permiten una modelización del comportamiento de la seda en condiciones de alta velocidad de deformación.

En esta sección se presentan dos alternativas a la modelización de las sedas de araña. En primer lugar un modelo fenomenológico elasto-plástico válido en condiciones de carga monótona. En segundo lugar, un modelo elástico con transformación de fase basado en la microestructura y capaz de recoger la histéresis del material. Este segundo modelo no contempla deformaciones permanentes, pero la acumulación de la variable de transformación de fase permite tener en cuenta estados de carga cíclicos, asegurando que la energía disipada por los hilos se recoge adecuadamente. El primer modelo se utilizó en las simulaciones presentadas en el capítulo 4, el segundo modelo se utilizó en las simulaciones presentadas en el capítulo 5. Finalmente, en las simulaciones del capítulo 6 se utilizó un modelo elástico dado que se consideran vibraciones de pequeña amplitud y, por tanto, pequeñas deformaciones para las que el comportamiento de la seda es lineal.

Las hipótesis de la Mecánica de Sólidos aplicadas en ambos modelos constitutivos son: grandes deformaciones, isotropía transversal, estado de carga uniaxial e incompresibilidad [43]. Además, ambos modelos se han implementado en el código de elementos finitos Abaqus/Explicit [100] a través de una subrutina de usuario que define también un elemento barra de dos nodos mediante de una formulación co-rotacional.

3.3.1 Modelo elasto-plástico

A continuación se presenta el modelo fenomenológico elástico-plástico e incompresible formulado en grandes deformaciones, que permite tener aproximar adecuadamente las curvas cuasi-estáticas experimentales de los dos tipos de seda modelizadas, para carga monótona. En primer lugar se expondrá la formulación en tres dimensiones [62, 59], particularizando posteriormente, al caso unidimensional de la seda de araña.

3.3 Modelización constitutiva de la seda de araña

3.3.1.1 Formulación tridimensional

Asumiendo la descomposición multiplicativa del tensor gradiente de deformación \mathbf{F} [62, 59], en sus componente elástica y plástica

$$\mathbf{F} = \mathbf{F}^e \mathbf{F}^p \quad (3.22)$$

El tensor gradiente de la velocidad puede expresarse en términos de las componentes elásticas y plásticas

$$\mathbf{L} = \dot{\mathbf{F}} \mathbf{F}^{-1} = \mathbf{L}^e + \mathbf{F}^e \mathbf{L}^p \mathbf{F}^{e-1} \quad (3.23)$$

$$\mathbf{L}^e = \dot{\mathbf{F}}^e \mathbf{F}^{e-1}, \quad \mathbf{L}^p = \dot{\mathbf{F}}^p \mathbf{F}^{p-1} \quad (3.24)$$

Partiendo ahora, de la descomposición polar izquierda del tensor gradiente de deformación, esto es, desacoplando el movimiento de sólido rígido de la deformación elástica y plástica, se obtiene la relación:

$$\mathbf{F} = \mathbf{V}^e \mathbf{V}^p \mathbf{R} \quad (3.25)$$

donde \mathbf{V} es el tensor de alargamiento izquierdo. Asumiendo que la deformación elástica es pequeña en comparación con las grandes deformaciones plásticas producidas en un impacto, y utilizando una medida de la deformación nominal para la componente elástica ϵ^e , puede deducirse que

$$\mathbf{F}^e = \mathbf{V}^e = \mathbf{1} + \epsilon^e \approx \mathbf{1} \quad (3.26)$$

siendo $\mathbf{1}$ el tensor unidad de segundo orden

$$\mathbf{1}_{ij} = \delta_{ij} \quad (3.27)$$

y, por tanto, la ecuación (3.23) puede aproximarse a

$$\mathbf{L} = \dot{\mathbf{F}} \mathbf{F}^{-1} \approx \mathbf{L}^e + \mathbf{L}^p \quad (3.28)$$

Métodos

Partiendo de la descomposición del tensor gradiente de la velocidad en componentes simétrica y asimétrica (ecuación (3.10)), se obtiene la descomposición aditiva de tensor velocidad de deformación

$$\mathbf{D} \approx \mathbf{D}^e + \mathbf{D}^p \quad (3.29)$$

La relación entre la tensión y la deformación se define mediante la ecuación

$$\boldsymbol{\sigma}^\nabla = \mathbf{C}_{el} : (\mathbf{D} - \mathbf{D}^p) \quad (3.30)$$

donde $\boldsymbol{\sigma}^\nabla$ es una derivada objetiva del tensor de Cauchy y \mathbf{C}_{el} es el tensor de cuarto orden que define el comportamiento elástico lineal e isótropo del material.

El comportamiento plástico del material se define mediante un modelo de plasticidad de Von Mises con endurecimiento isótropo. La función de plastificación

$$f = \bar{\sigma} - \sigma_Y(\bar{\varepsilon}^p) \quad (3.31)$$

define la condición de plastificación para $f = 0$, y el dominio elástico para $f \leq 0$, donde $\sigma_Y(\bar{\varepsilon}^p)$ es la función de endurecimiento y $\bar{\sigma}$ es la tensión equivalente, definida a partir de la tensión desviadora \mathbf{S}

$$\bar{\sigma} = \sqrt{\frac{3}{2} \mathbf{S} : \mathbf{S}} \quad (3.32)$$

y $\bar{\varepsilon}^p$ es la deformación plástica equivalente

$$\bar{\varepsilon}^p = \int_0^t \dot{\bar{\varepsilon}}^p(\tau) d\tau \quad (3.33)$$

calculada a partir de la velocidad de deformación plástica equivalente

$$\dot{\bar{\varepsilon}}^p = \sqrt{\frac{2}{3} \mathbf{D}^p : \mathbf{D}^p} \quad (3.34)$$

3.3 Modelización constitutiva de la seda de araña

Utilizando una regla de flujo plástico asociada, la velocidad de deformación plástica se define como:

$$\mathbf{D}^p = \dot{\xi} f_{\sigma} = \dot{\xi} \mathbf{r} \quad (3.35)$$

donde ξ es el multiplicador plástico y \mathbf{r} la dirección del flujo plástico dada por el tensor desviador \mathbf{S}

$$\mathbf{r} = \frac{3}{2} \frac{\mathbf{S}}{\bar{\sigma}} \quad (3.36)$$

De las ecuaciones (3.32), (3.34) y (3.36) puede establecerse la equivalencia entre el multiplicador plástico y la deformación plástica equivalente

$$\dot{\bar{\epsilon}}^p = \dot{\xi} \quad (3.37)$$

La solución de las ecuaciones (3.30), (3.35) y (3.37) está sujeta a las *condiciones complementarias de Kuhn-Tucker*

$$\dot{\xi} \geq 0, \quad f \leq 0, \quad \dot{\xi} f = 0 \quad (3.38)$$

y a la *condición de consistencia*

$$\dot{\xi} f = 0 \quad (3.39)$$

3.3.1.2 Formulación unidimensional

Partiendo de una metodología similar a la utilizada anteriormente, en el caso unidimensional a partir de las longitudes inicial dX y deformada dx de un elemento diferencial, podemos definir el alargamiento como

$$\lambda = \frac{dx}{dX}, \quad (3.40)$$

Métodos

A través de la descomposición multiplicativa, puede dividirse dicho alargamiento λ en una componente plástica λ^p y una componente elástica λ^e . Con esto, el estado de deformación queda definido por

$$\lambda = \lambda^e \lambda^p \quad (3.41)$$

La descomposición multiplicativa del alargamiento se traduce en una descomposición aditiva de la deformación elástica y plástica al utilizar la deformación verdadera o de Hencky:

$$\varepsilon = \ln(\lambda^e \lambda^p) = \varepsilon^e + \varepsilon^p \quad (3.42)$$

El comportamiento constitutivo del material viene definido por la ley de Hooke:

$$\dot{\sigma} = E (\dot{\varepsilon} - \dot{\varepsilon}^p) \quad (3.43)$$

donde $\dot{\sigma}$ es la tasa de tensión, E es el módulo de Young y $\dot{\varepsilon}^p$ es la tasa de deformación plástica, la cual se relaciona con la deformación plástica mediante

$$\varepsilon^p = \int_0^t \dot{\varepsilon}^p(\tau) d\tau \quad (3.44)$$

El comportamiento plástico viene definido, en primer lugar, por el criterio de plastificación

$$f(\sigma, \xi) = |\sigma| - \sigma_Y(\xi) = 0, \quad (3.45)$$

donde ξ es el parámetro de endurecimiento y $\sigma_Y(\xi)$ es la función de endurecimiento dada por la ecuación

$$\sigma_Y(\xi) = C + \beta\xi + \alpha_0 \exp(\alpha_1 \xi) \quad (3.46)$$

donde C , α_0 , α_1 y β son parámetros del material, estando los dos primeros relacionados con la tensión de plastificación inicial σ_{Y0} a

3.3 Modelización constitutiva de la seda de araña

través de la expresión $C = \sigma_{Y0} - \alpha_0$. Esta ley de endurecimiento es similar a la utilizada por otros autores para la seda [18], aunque se ha modificado ligeramente la expresión para un mejor ajuste de las curvas de comportamiento de ambos tipos de seda. La relación entre la deformación plástica ε^p y el parámetro de endurecimiento ξ viene dada por una *regla de flujo plástico asociado*

$$\dot{\varepsilon}^p = \dot{\xi} \frac{\partial f}{\partial \sigma} = \dot{\xi} \text{sign}(\sigma) \quad (3.47)$$

y por tanto

$$\varepsilon^p = \xi \quad (3.48)$$

El modelo constitutivo se completa con las *condiciones complementarias de Kuhn-Tucker*,

$$\dot{\xi} \geq 0; \quad f \leq 0; \quad \dot{\xi} f = 0 \quad (3.49)$$

y a la *condición de consistencia*

$$\dot{\xi} \dot{f} = 0 \quad (3.50)$$

así como con la *deformación de rotura* ε_{rotura} .

La condición de incompresibilidad se impone mediante la relación

$$A = \frac{A_0}{\lambda} \quad (3.51)$$

siendo A_0 y A las áreas de la sección transversal del hilo en la configuración inicial y en la configuración deformada, respectivamente.

3.3.1.3 Ajuste del modelo

Los parámetros del modelo para ambos tipos de seda se muestran en la tabla 3.1. Dada la variabilidad intra e interespecífica, así como la dependencia de las condiciones vitales y ambientales para una misma araña, se ha considerado adecuado ajustar las propiedades a la de las sedas de araña de la especie *Araneus diadematus* [53, 54, 13]. Los parámetros del material mostrados en la tabla 3.1 han sido tomados como representativos de la no linealidad del comportamiento mecánico de los dos tipos de seda para los hilos espirales, radiales y de marco y anclaje, basado en los estudios de numerosos autores [35, 18, 13, 1, 20, 9]. Estos parámetros dan lugar a las curvas tensión-deformación mostradas en la figura 3.3.

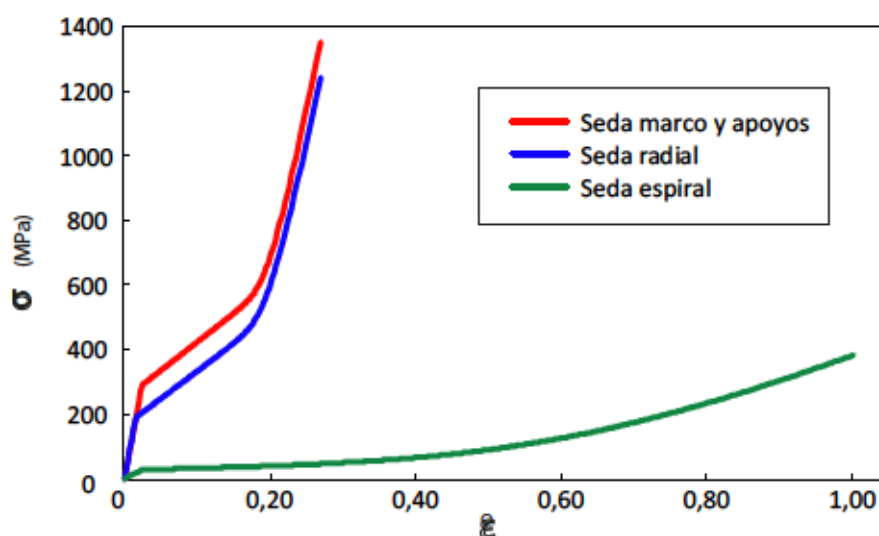


Figura 3.3. Curva tensión deformación correspondiente al modelo elasto-plástico para los tres tipos de seda fundamentales: anclaje y marco, radial y espiral.

3.3 Modelización constitutiva de la seda de araña

	Unidades	Marco y anclaje	Radial	Espiral
Diámetro ϕ	μm	5.0	3.5	2.3
Módulo de Young, E	GPa	12.0	12.0	1.2
Límite elástico inicial, σ_{Y0}	MPa	290	190	30
β	MPa	2060	1980	58.9
α_0 (ec (3.46))	Pa	0.19	3.1	$1.123 \cdot 10^5$
α_1 (ec (3.46))	-	140.2	115.5	3.53
Deformación de rotura	-	0.27	0.27	2.5
Trabajo plástico hasta rotura	J/m ³	$6.59 \cdot 10^7$	$6.52 \cdot 10^7$	$2.71 \cdot 10^8$

Tabla 3.1. Diámetro y propiedades del material que definen el comportamiento mecánico de los hilos de anclaje y marco, radial y espirales para el modelo elasto-plástico.

3.3.2 Modelo elástico con transformación de fase

Como se ha comentado en el capítulo 2, la seda es una fibra natural compuesta por micro-fibras, que a su vez están formadas por cadenas de polímeros. En su estructura terciaria está compuesta por bloques rígidos cristalinos de láminas β orientadas en la dirección de las fibras, y por zonas amorfas de elevada flexibilidad [36, 44]. En una serie de trabajos sucesivos, De Tommasi et al. [22, 23, 24] propusieron un modelo continuo basado en esta micro-estructura, capaz reproducir las curvas tensión-deformación uniaxial de la seda de araña en condiciones cuasiestáticas, tanto en carga como en descarga, recogiendo su comportamiento histerético. Los autores proponen que el ablandamiento observado experimentalmente, cuando los hilos de seda son sometidos a cargas cíclicas de tracción [25], puede explicarse mediante el *efecto Mullins* [79–81]. Este fenómeno, presente en materiales elastómeros, tiene como particularidad que el comportamiento mecánico no solo depende del estado de deformación actual, sino además de la historia de carga (en particular, de la tensión máxima alcanzada). El efecto Mullins, produce un ablandamiento en las curvas tensión deformación, además de una disipación de energía en ciclos de carga

y descarga. Es conocido que la seda de araña presenta deformaciones permanentes tras superar una deformación límite [40, 13], si bien no existe un consenso frente a la naturaleza del proceso de deformación a nivel microscópico, ni se conoce si el endurecimiento está producido por una transformación de fase de cristales β en fase amorfa o viceversa [40]. El modelo de De Tommasi et al. [24] considera que el comportamiento mecánico de la seda es debido a la contribución de dos fracciones de material: una fracción amorfa α_s y una fracción cristalina rígida α_h . La fracción amorfa es elástica, mientras que la fracción cristalina recoge el efecto Mullins en la modificación de la tensión. Al alcanzar un determinado valor de deformación, esta fracción α_s se transforma de cristalina a amorfa como consecuencia de la rotura de los enlaces de hidrógeno.

En el modelo original, De Tommasi et al. [24] incluyeron un posible efecto de regeneración de la transformación de fase, por el que la seda es capaz de recuperar su comportamiento previo a la transformación de fase tras la aplicación de calor o tras elevados tiempos en reposo [25]. Sin embargo, dado que este modelo será utilizado bajo cargas dinámicas cuyo tiempo característico es inferior al segundo, no se tendrá en cuenta la posible regeneración de la transformación de fase.

Este modelo es, por tanto, para un material incompresible y unidimensional con dos fracciones, una basada en un modelo entrópico elástico (a partir de *Modelos de varilla elástica* o *Worm-like-chain* (WLC)) y otra hiperelástica con transformación de fase. De manera análoga a la realizada con el modelo elastoplástico, se desarrollará en primer lugar la formulación tridimensional, basada en los estudios de De Tommasi et al. [22], que posteriormente será particularizada al caso unidimensional de la seda de araña.

El modelo aquí propuesto es una modificación del original desarrollado por De Tommasi et al. [24], que permite tratar de manera unificada,

3.3 Modelización constitutiva de la seda de araña

mediante un único conjunto de ecuaciones constitutivas, la carga, descarga y recarga del material.

3.3.2.1 Formulación tridimensional

En un material isótropo e hiperelástico, la densidad de energía W puede expresarse en función del cuadrado de los alargamientos principales λ_1^2 , λ_2^2 y λ_3^2 y, por tanto, de los invariantes de \mathbf{B} definidos como

$$I_1 = \text{tr}\mathbf{B}, \quad I_2 = \frac{1}{2} \left[(\text{tr}\mathbf{B})^2 - \text{tr}(\mathbf{B}^2) \right], \quad I_3 = \det\mathbf{B} \quad (3.52)$$

Asumiendo incompresibilidad del material, la tensión de Cauchy viene dada por

$$\boldsymbol{\sigma} = -\pi \mathbf{1} + 2 \frac{\partial W}{\partial I_1} \mathbf{B} - 2 \frac{\partial W}{\partial I_2} \mathbf{B}^{-1} \quad (3.53)$$

donde π es una presión arbitraria dada por la condición de incompresibilidad.

En la fracción de material amorfa α_s , con una densidad de energía $W_s(I_1, I_2)$, la tensión $\boldsymbol{\sigma}_s$ se calcula de manera análoga mediante la ecuación (3.53). Los autores asumieron este material incompresible ($I_3 = 1$), por lo que se elimina la dependencia con el tercer invariante. La fracción de material restante $\alpha_h = (1 - \alpha_s)$ es susceptible de manifestar transformación de fase. Esta fracción α_h tiene varias etapas de comportamiento a medida que aumenta la deformación: en un principio se encuentra inactiva, a partir de un valor límite de deformación se activa y el incremento en la deformación se corresponde con un incremento en la tensión. Finalmente, se alcanza el límite de deformación admisible y se produce la transformación del material cristalino, pasando así a fase amorfa. Es conveniente comentar que se asume la misma deformación tanto para la fase cristalina como para la fase rígida, y por tanto $\mathbf{F} = \mathbf{F}_s = \mathbf{F}_h$.

Para formalizar el comportamiento de la fase cristalina, se definen dos funciones escalares de activación A_a y de rotura A_b , tal que

$$A_a(I_1, I_2) = s(I_1, I_2) - s_a \quad (3.54)$$

$$A_b(I_1, I_2) = s(I_1, I_2) - s_b \quad (3.55)$$

donde $s(I_1, I_2)$ es una función escalar dependiente de los invariantes I_1 y I_2 , s_a es el umbral de activación de la fase amorfa, y s_b es el umbral de transformación de dicha fase, siendo $s_b > s_a$. Así pues, las condiciones $A_s = 0$ y $A_b = 0$ definen respectivamente la activación y la rotura de la fase cristalina. El hecho de utilizar la misma función $s(I_1, I_2)$ para la activación y para la rotura es una simplificación realizada por los autores del modelo [22].

Las cadenas α_s y α_h están distribuidas por toda la fibra y los cristales de la fase cristalina y amorfa tendrán tamaños irregulares a lo largo de un mismo hilo. El modelo considera el comportamiento global de la seda a través de un proceso de la definición de una función de probabilidad $p = p(s_a, s_b)$ que evalúa la distribución de umbrales de activación y de rotura en el material.

Como se ha indicado anteriormente, la fase cristalina del material se activa cuando se cumple la condición

$$s(I_1, I_2) = s_a \quad (3.56)$$

En dicho instante de activación se almacena el valor del tensor gradiente de deformación \mathbf{F}_a , que se emplea para definir un tensor gradiente de deformación relativo al estado de activación

$$\hat{\mathbf{F}}_a = \mathbf{F} \cdot \mathbf{F}_a^{-1} \quad (3.57)$$

3.3 Modelización constitutiva de la seda de araña

utilizado en el modelo para evaluar la densidad de energía elástica de la fase cristalina activa a partir de los invariantes referidos al estado de activación $\hat{I}_1(\hat{\mathbf{B}}_a)$ e $\hat{I}_2(\hat{\mathbf{B}}_a)$, siendo $\hat{\mathbf{B}}_a = \hat{\mathbf{F}}_a \cdot \hat{\mathbf{F}}_a^T$. De la misma forma, en el instante de transformación dado por la condición $s(I_1, I_2) = s_b$, se almacena el valor del tensor gradiente de deformación \mathbf{F}_b , que se emplea para definir un tensor gradiente de deformación relativo al estado de transformación

$$\hat{\mathbf{F}}_b = \mathbf{F} \cdot \mathbf{F}_b^{-1} \quad (3.58)$$

Este estado de deformación relativa se emplea para evaluar la densidad de energía elástica de la fase cristalina transformada a partir de los invariantes $\hat{I}_1^b(\hat{\mathbf{B}}_b)$ e $\hat{I}_2^b(\hat{\mathbf{B}}_b)$, siendo $\hat{\mathbf{B}}_b = \hat{\mathbf{F}}_b \cdot \mathbf{F}_b^T$. Así pues, la densidad de energía viene dada por la función

$$W_h = \begin{cases} 0, & s(I_1, I_2) < s_a, \\ W_h(\hat{I}_1, \hat{I}_2), & s_a \leq s(I_1, I_2) \leq s_b \\ W_h(\hat{I}_1^b, \hat{I}_2^b), & s(I_1, I_2) > s_b \end{cases} \quad (3.59)$$

y, finalmente, la tensión de Cauchy para la fase cristalina es

$$\boldsymbol{\sigma}_h = \begin{cases} 0, & s(I_1, I_2) < s_a, \\ -\pi \mathbf{I} + 2 \frac{\partial W_h}{\partial I_1} \hat{\mathbf{B}} - 2 \frac{\partial W_h}{\partial I_2} \hat{\mathbf{B}}^{-1}, & s_a \leq s(I_1, I_2) \leq s_b \\ 0, & s(I_1, I_2) > s_b \end{cases} \quad (3.60)$$

La ecuación (3.60) puede suponerse representativa del comportamiento de una única lámina cristalina, que permanece inactiva para $s(I_1, I_2) < s_a$: En este rango la deformación está dominada por la contribución de la fase amorfa. Una vez alcanzado el valor $s(I_1, I_2) = s_a$, el comportamiento de la fase cristalina es elástico hasta que se cumple la condición $s(I_1, I_2) = s_b$. Es conveniente comentar que la transformación de fase definida en este modelo es isótropa, y que las tensiones en cada punto dependen únicamente de la historia de deformaciones $\mathbf{F} = \mathbf{F}(\tau)$, $\tau \in (0, t)$, a través

del la variable $s_M(t) = \text{máx}(s(\mathbf{F}(\tau)))$ que registra el máximo valor histórico de la variable s . Suponiendo que la función de distribución $p = p(s_a, s_b)$ y la energía elástica W son conocidas, y asumiendo que la tensión de Cauchy $\boldsymbol{\sigma}$ puede ser obtenida de manera aditiva a partir de las correspondientes a cada fase, la tensión queda definida como

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\sigma} &= \tilde{\boldsymbol{\sigma}}(\mathbf{F}, \text{máx}(s, s_M)) = \\ &\boldsymbol{\sigma}_s + \boldsymbol{\sigma}_h = -\pi \mathbf{1} + \alpha_s \left(2 \frac{\partial W_s}{\partial I_1} \mathbf{B} - 2 \frac{\partial W_s}{\partial I_2} \mathbf{B}^{-1} \right) \\ &+ (1 - \alpha_s) \int_{(s, s_M)}^{\infty} \left(\int_0^s \left(2 \frac{\partial W_h}{\partial I_1} \hat{\mathbf{B}} - 2 \frac{\partial W_h}{\partial I_2} \hat{\mathbf{B}}^{-1} \right) p(s_a, s_b) \mathrm{d}s_a \right) \mathrm{d}s_b \end{aligned} \quad (3.61)$$

3.3.2.2 Formulación unidimensional

Como se ha comentado anteriormente, el material está formado por cadenas paralelas. Una fracción α_s de estas cadenas es la asumida como entrópica elástica, y la fracción complementaria α_h está compuesta por cadenas rígidas que pueden romperse y transformarse en cadenas elásticas. El comportamiento mecánico de la seda viene dada por la contribución de ambas fracciones, que han de cumplir la condición

$$\alpha_s + \alpha_h = 1 \quad (3.62)$$

y la tensión se obtiene con la ayuda de la regla de las mezclas

$$\boldsymbol{\sigma} = \alpha_s \boldsymbol{\sigma}_s + \alpha_h \boldsymbol{\sigma}_h \quad (3.63)$$

donde

$$\varepsilon = \varepsilon_s = \varepsilon_h \quad (3.64)$$

3.3 Modelización constitutiva de la seda de araña

Comportamiento mecánico de la fase amorfa σ_s

Para la fase amorfa se asume un comportamiento entrópico elástico, de acuerdo a un modelo de varilla elástica (WLC), con una relación tensión-deformación similar a la propuesta por Marko y Siggia [72] y definida por la expresión

$$\sigma_s(\varepsilon, \varepsilon_c) = E_s \left(\frac{1}{4} \left(1 - \frac{\varepsilon}{\varepsilon_c} \right)^{-2} - \frac{1}{4} + \frac{\varepsilon}{\varepsilon_c} \right) \quad (3.65)$$

donde E_s es el módulo elástico de la fase amorfa, ε es la deformación de Hencky y ε_c actúa como una deformación límite, la cual depende de la cantidad de fase amorfa α_s presente en el material.

$$\varepsilon_c = \hat{\varepsilon}_c(\alpha_s) = A + B + \alpha_s^C \quad (3.66)$$

siendo A , B , y C constantes del material. La fase amorfa está activa para cualquier valor de la deformación.

Comportamiento mecánico de la fase cristalina

Esta fracción representa la cantidad de material en fase cristalina presente en la seda y tiene en cuenta la transformación de fase inducida por la historia de deformaciones del material. La relación tensión deformación de la fase cristalina viene dada por la función a trozos

$$\sigma_h(\varepsilon) = \begin{cases} 0, & \varepsilon < \varepsilon_a, \\ E_h(\varepsilon - \varepsilon_a), & \varepsilon_a \leq \varepsilon \leq \varepsilon_t \\ 0, & \varepsilon > \varepsilon_t \end{cases} \quad (3.67)$$

donde E_h es el módulo elástico de la fase cristalina, ε_a su deformación de activación y ε_t su deformación de transición.

La ecuación (3.67) puede suponerse representativa del comportamiento de una única lámina cristalina, que permanece

inactiva para aquellos valores de deformación $\varepsilon < \varepsilon_a$; en este rango la deformación está dominada por la contribución de la fase amorfa. Una vez alcanzado el valor $\varepsilon = \varepsilon_a$, el comportamiento de la fase cristalina es elástico hasta alcanzar $\varepsilon = \varepsilon_t$. La variable ε_t es el valor para el cual la lámina cristalina se transforma en fase amorfa y, por tanto, la relación tensión deformación pasa a estar definida por la ecuación (3.65).

Puesto que el tamaño de cada cristal es variable y a priori desconocido, De Tommasi et al. [24] asumieron dos condiciones para la homogeneizar las propiedades de éstos. La primera condición establece que todos los cristales, con independencia de su tamaño, poseen un mismo rango de activación dado por $\varepsilon_t - \varepsilon_a$. Esto permite una homogeneización que tenga en cuenta tamaños variables de cristales y, por tanto, diferentes valores de ε_t y ε_a , pero en el cual su diferencia sea constante. Esto tiene como consecuencia que el dominio elástico de cada cristal sea constante $\delta = \varepsilon_t - \varepsilon_a$. La segunda condición asume que la distribución de material amorfo en el hilo está definida por una función de probabilidad gaussiana, representada en la ecuación

$$p(\varepsilon_t) = \gamma e^{-\beta(\varepsilon_t - \gamma)^2} \quad (3.68)$$

donde β , γ y γ son parámetros del material calibrados para las curvas tensión deformación. La integral de la ecuación (3.68) entre 0 y el valor de deformación máximo alcanzado en la historia de cargas, ε_M , cuantifica la proporción de fase cristalina que ha sufrido transición en el material

$$\alpha_s(\varepsilon_M) = \alpha_0 + \int_0^{\varepsilon_M} p(\varepsilon_t) d\varepsilon_t \quad (3.69)$$

donde α_0 es la proporción inicial de fase amorfa en el material. La cantidad de fase cristalina se actualiza utilizando la regla de las mezclas (ecuación (3.63)).

3.3 Modelización constitutiva de la seda de araña

El parámetro γ en la ecuación (3.68) se determina al imponer la restricción que deriva de las ecuaciones (3.63) y (3.70), de manera que la proporción total de fase amorfa (inicial+transformada) no puede ser mayor que uno

$$\int_0^\infty p(\varepsilon_t) d\varepsilon_t = 1 - \alpha_0 \quad (3.70)$$

Estado tensional en la seda

La relación tensión-deformación está dada por la contribución de ambas fases, amorfa y rígida, mediante la ecuación

$$\begin{aligned} \sigma(\varepsilon, \varepsilon_M) = & \underbrace{\alpha_s \sigma_s}_{\alpha_s(\varepsilon_M) \sigma_s(\varepsilon, \varepsilon_c(\alpha))} + \\ & \underbrace{E_h \left(\int_{\varepsilon_M}^\delta \varepsilon p(\varepsilon_t) d\varepsilon_t + \int_{\max(\varepsilon_M, \delta)}^{\varepsilon+\delta} (\varepsilon - (\varepsilon_t - \delta)) p(\varepsilon_t) d\varepsilon_t \right)}_{\alpha_h \sigma_h} \end{aligned} \quad (3.71)$$

En el segundo sumando, la primera integral tiene en cuenta la parte rígida del material con activación $\varepsilon_t < \delta$, $\varepsilon_a = 0$. La segunda integral representa la parte rígida del material con $\varepsilon_t > \delta$ (integrales cuyo límite inferior sea mayor que el superior son anuladas). Cuando la deformación ε iguala la máxima deformación alcanzada, estamos en la rama de carga ($\varepsilon = \varepsilon_M$), y en la rama de descarga cuando $\varepsilon < \varepsilon_M$. La ecuación anterior introduce una modificación respecto del modelo propuesto por De Tommasi et al. [24], quienes utilizaron diferentes ecuaciones para las distintas ramas de carga y descarga. Los cambios aquí propuestos permiten describir el comportamiento tensión-deformación con una sola ecuación en lugar de las tres utilizadas en el modelo original. Adicionalmente, no tiene en cuenta la situación en la que la máxima deformación alcanzada ε_M es menor que δ . Considerar esta condición permite una adecuada caracterización del comportamiento mecánico de la seda en el rango de

Métodos

bajas deformaciones para un análisis dinámico con oscilaciones de alta frecuencia, como el que se considerará en los siguientes capítulos.

El criterio utilizado para determinar el fallo del material ha sido de deformación máxima $\varepsilon = \varepsilon_{rotura}$. Así mismo, la condición de incompresibilidad se impone mediante la ecuación (3.51).

3.3.2.3 Ajuste del modelo

El modelo descrito se ajusta a través de los 11 parámetros especificados en la tabla 3.2, que definen las curvas tensión deformación cuasi-estáticas en tensión uniaxial de la figura 3.4 para las sedas espiral y MAS. Este modelo se utiliza en el análisis de la influencia de la geometría en el comportamiento estructural, mostrado en el capítulo 5 de la presente tesis.

	Unidades	Marco y anclaje	Radial	Espiral
Diámetro ϕ	μm	5.0	3.5	2.3
Módulo elástico E_s	GPa	0.16	0.16	0.035
Módulo elástico E_h	GPa	313	313	120
A	-	0.025	0.025	0.15
B	-	0.195	0.195	1.05
C	-	0.006	0.006	0.05
α_0	-	0.15	0.15	0.15
ξ	-	1.0326	1.0326	1.0732
β	-	3	3	5
γ	-	0.35	0.35	1
δ	-	0.035	0.035	0.05
Deformación ε_{rotura}	-	0.19	0.19	1

Tabla 3.2. Diámetro y propiedades del material que definen el comportamiento mecánico de los hilos de anclaje, marco y radial y espirales para el modelo con transformación de fase.

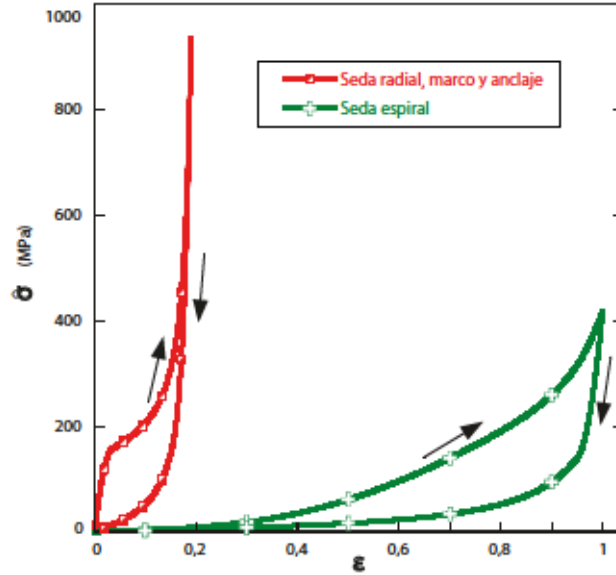


Figura 3.4. Curva tensión deformación correspondiente al modelo con transformación de fase para los dos tipos de seda.

3.4 Modelado de la fuerza aerodinámica

Las telas de arañas están sometidas constantemente a la acción aerodinámica, bien por rachas de viento, bien por el movimiento relativo de los hilo respecto del aire cuando se produce un impacto en la tela. La influencia de ésta en la geometría y en el rendimiento estructural de las telarañas ha sido evidenciado en estudios tanto experimentales como numéricos [48, 66, 67, 1, 2, 97]. Para poder profundizar en estos estudios, es necesario modelizar de manera realista el comportamiento aerodinámico de los hilos de seda, y de la tela en su conjunto.

En el presente trabajo, los hilos de seda han sido modelados como cilindros de sección circular y uniforme a lo largo de su directriz. El coeficiente aerodinámico C_D para un cilindro infinito de diámetro ϕ varía

Métodos

con el número de Reynolds Re , definido como [110]:

$$Re = \frac{|v_n|\phi}{\kappa} \quad (3.72)$$

donde v_n es la componente, en dirección normal a la directriz del hilo, de la velocidad relativa hilo-aire, y κ es la viscosidad cinemática ($\kappa = 16 \cdot 10^{-6} m^2s^{-1}$ para el aire a 300 K y presión atmosférica). Para valores de diámetro de seda $1.9 < \phi < 5 \mu m$ y velocidades $2 < |v_n| < 30.5 ms^{-1}$, rangos que cubren los diámetros típicos de la seda y las condiciones de flujo de aire derivadas de impactos en la tela y rachas de viento, el número de Reynolds toma valores dentro del rango $10^{-1} < Re < 10^1$. En este rango, la relación entre el coeficiente aerodinámico C_D y el número de Reynolds para un cilindro infinito circular es lineal, en una representación logarítmica [110]. Por lo tanto, la relación entre C_D y Re puede ser aproximada por la ley potencial:

$$C_D = B \cdot Re^{-m} \quad (3.73)$$

donde los valores $B = 12.18$ y $m = 0.629$ permiten ajustar los datos experimentales reportados por Tritton [109]. Por lo tanto la fuerza aerodinámica por unidad de longitud de hilo viene dada por:

$$\Psi_D = -\frac{1}{2}C_D\rho_a\phi|v_n|^2\mathbf{u}_n = -\frac{B}{2}\kappa^m\rho_a\phi^{1-m}|v_n|^{2-m}\mathbf{u}_n \quad (3.74)$$

donde ρ_a es la densidad del aire ($\rho_a = 1.225 kgm^{-3}$ a 300 K y presión atmosférica) y \mathbf{u}_n es el vector unitario en la dirección de la componente v_n . El signo negativo indica que la fuerza aerodinámica tiene dirección opuesta a la componente normal de la velocidad v_n .

Numeroso autores [66, 97] han considerado en sus simulaciones, como primera aproximación, que la fuerza aerodinámica es independiente del diámetro de los hilos. Esta hipótesis, resultante de una relación entre

el coeficiente aerodinámico y el número de Reynolds con $m = 1$ en la ecuación (3.4), puede conllevar a resultados suficientemente precisos para velocidades $|v_n| \approx 1 \text{ ms}^{-1}$. Sin embargo, una consecuencia adicional de adoptar un valor de $m = 1$, es la dependencia lineal con $|v_n|$, con lo que se subestima la fuerza aerodinámica a altas velocidades, de notable importancia si se consideran cargas de viento. Además, una correcta descripción de la fuerza aplicada a un cilindro debe considerar el efecto del diámetro, tal y como se establece en ecuación (3.4) ([84, 60, 109, 52]).

En el caso de la seda espiral, formada por seda agregada adhesiva, existe un factor adicional a tener en cuenta, dado que esta seda viscosa tiende a formar gotas a lo largo del hilo, incrementando la superficie expuesta. Este efecto puede aumentar la resistencia aerodinámica hasta en un 30% [66]. En el capítulo 4 se considera el efecto de la fuerza aerodinámica con y sin las gotas formadas por la seda agregada, a fin de mostrar su efecto en el comportamiento global de la tela. La presencia de estas gotas ha sido tenida en cuenta aumentando un 30% el valor dado en la ecuación (3.4).

3.5 Modelado de la pretensión

La pretensión es una característica importante en la telas, puesto que permite a las arañas utilizar las vibraciones para obtener información de su entorno, al mismo tiempo que mantiene la tela en su posición ante cualquier perturbación exterior. En los estudios realizados en los capítulos 4 y 5 se observó que la pretensión no afectaba a las tendencias de los resultados, motivo por el cual no se consideró necesario incluirla en dichos capítulos. Sin embargo, en el capítulo 6 se realiza un análisis de la transmisión de las vibraciones en las telas de araña, por lo que incluir la pretensión en los modelos resultó imprescindible.

Para modelar la pretensión en los hilos de tela se utilizaron los valores reportados por Wirth y Barth [123] en un estudio en el que se midieron directamente las fuerzas presentes en telas de araña de la especie *Araneus diadematus*. Los hilos espirales presentan valores de pretensión bajos, del orden de μN , según lo reportado por Wirth y Barth [123]. A pesar de los bajos valores de pretensión en los hilos espirales, el gran número de pasos de la misma hace que la pretensión en los hilos radiales aumente notablemente hacia la periferia. Los hilos radiales presentan valores de pretensión en un rango amplio, en torno a 100-1000 μN . Finalmente, los hilos de marco y de anclaje presentan valores superiores a los de los hilos radiales puesto que son los encargados de transmitir dichas fuerzas hacia a los anclajes.

Las fotografías utilizadas en la construcción de los modelos de telas reales muestran estructuras ya pretensadas, lo cual, junto con el número de variables que influyen en los niveles de pretensión, obligó a realizar una serie de hipótesis para modelar la pretensión: i) la pretensión es introducida como un valor de deformación inicial, por lo que la longitud inicial en tiempo $t=0$ de cada elemento se corresponde con la longitud pretensada de dicho elemento; ii) se asume que la pretensión de los hilos parte de un valor estimado, basado en los resultados de Wirth y Barth [123]; iii) esta pretensión varía para cada tipo de hilo, espiral, radial, marco y anclaje, pero es constante para todos los hilos de un mismo tipo. Los valores utilizados se muestran en la tabla 3.3. Como consecuencia de usar valores constantes, la configuración que se obtiene al aplicar estas cargas en los modelos no está en equilibrio y cuando éste se alcanza algunos elementos presentan niveles de pretensión poco realistas. Por ello se introduce una hipótesis adicional por la que se asume que los valores de pretensión inicial son un umbral inferior. Así, cada elemento presentará tensiones iguales o superiores a la tensión inicial asignada. Para ello se implementó en la subrutina usuario para elemento barra (que

3.5 Modelado de la pretensión

se comentará más adelante) el algoritmo esquematizado en la figura 3.5 con objeto de asegurar, tras un proceso iterativo, un nivel mínimo de pretensión.

Algoritmo de pretensión para cada incremento de tiempo

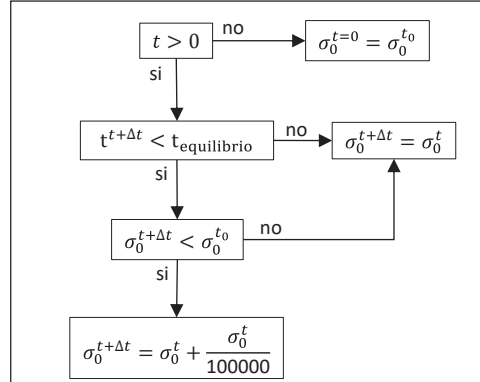


Figura 3.5. Esquema utilizado para ajustar la pretensión en los hilos. $t_{\text{equilibrio}}$ es el tiempo de simulación establecido para ajustar el nivel de pretensión.

Conviene señalar que, en los escasos trabajos disponibles en la literatura en los que se modela la pretensión en telas de araña, la información aportada sobre la metodología empleada para alcanzar el estadio inicial de tensiones es breve e incompleta.

Tipo de hilo	Pretensión inicial (μN)
Espiral	5
Radial	135
Marco y anclaje	300

Tabla 3.3. Fuerzas de pretensión asignadas en cada hilo de la tela de araña modelizada.

3.6 Implementación de los modelos en una subrutina de usuario para elemento barra

Los hilos de una tela de araña presentan una alta esbeltez puesto que su diámetro es pequeño en comparación con su longitud. Esta relación de aspecto hace que la rigidez a flexión de dichos hilos sea despreciable frente a la rigidez a tracción. El elemento “barra” de dos nodos y seis grados de libertad permite reproducir este comportamiento. En este tipo de elemento de primer orden, la sección, así como la tensión, son constantes en todo el elemento, dado que presentan un único punto de integración. El comportamiento en tracción de este elemento está definido por los modelos constitutivos descritos en la sección 3.3. Los hilos, con un comportamiento similar a un cable, no disponen de rigidez a compresión; para forzar este comportamiento se malló utilizando al menos dos elementos por segmento de hilo en la tela. De esta forma, cualquier carga que provoque un esfuerzo de compresión, produce un rápido desalineamiento y posterior descompresión del elemento, evitando que los hilos transmitan este tipo de esfuerzos. En esta estrategia de mallado se comprobó la dependencia de la solución con el número de elementos por segmento, comprobándose que utilizar dos elementos por segmento permitía obtener modelos con tiempos computacionales aceptables, sin pérdida de calidad de la solución y asegurando la convergencia del resultado.

El código comercial utilizado en la presente tesis es Abaqus/Explicit 6.14-2 y el elemento estructural tipo barra descrito anteriormente está disponible en Abaqus bajo el código T3D2. La subrutina de usuario que permite definir la carga distribuida para este elemento proporcionan las coordenadas del elemento únicamente del punto de integración. Esto

no permite conocer la orientación del elemento en el espacio, por lo que no es posible definir la fuerza aerodinámica del modo descrito en la sección 3.4. Para solventar este problema se decidió implementar un elemento de usuario utilizando la subrutina VUEL. Una de las ventajas de emplear esta subrutina es la disponibilidad, en cada instante de tiempo, de la posición de los nodos, por lo que la orientación del elemento en el espacio queda completamente definida. Además, esta subrutina permite implementar el algoritmo de pretensión descrito en la sección 3.5, así como el modelo constitutivo de seda de araña.

3.7 Geometría y mallado

En los capítulos 4 y 5 de la presente tesis se utiliza un modelo simplificado de la geometría real a fin de poder realizar un estudio paramétrico de la topología de la estructura. Por contra, el estudio realizado en el capítulo 6 se basa en una comparación entre datos experimentales y numéricos. Para poder reproducir los datos experimentales, en dicho capítulo se realizó un modelo realista de la geometría de las telas de araña utilizando fotografías de las mismas. Estas imágenes fueron cedidas por el Oxford Silk Group de la University of Oxford, durante la estancia realizada por el autor del presente documento en su centro de investigación.

3.7.1 Geometría ideal

La geometría de tela de araña ideal está definida por un polígono regular convexo de N_s lados y radio R_p (figura 3.6). El marco primario presenta una curvatura, definida por su radio R_f , cuyo centro se ubica en la recta del bisector del marco primario. En cada vértice hay un hilo de anclaje con una longitud L_a . El marco secundario está definido por su longitud L_{sf} y por su radio R_{sf} con centro en la línea que pasa por el hilo de anclaje. La zona de captura está formada por N_r hilos radiales

Métodos

equiespaciados, y por una espiral aritmética definida por un radio inicial y final, R_{c1} y R_{c2} respectivamente, y su paso C_c . En el centro de la tela se dispone una espiral logarítmica definida por su longitud L_h y por su radio inicial y final R_{h1} y R_{h2} (figura 3.6). Esta telaraña ideal se definió aproximando las características geométricas estudiadas en la literatura, y es similar a la considerada en modelos de telarañas presentadas por otros autores [65, 56, 1, 2, 105, 104, 19]. La tabla 3.4 resume los parámetros necesarios para construir el modelo geométrico de la tela de araña ideal.

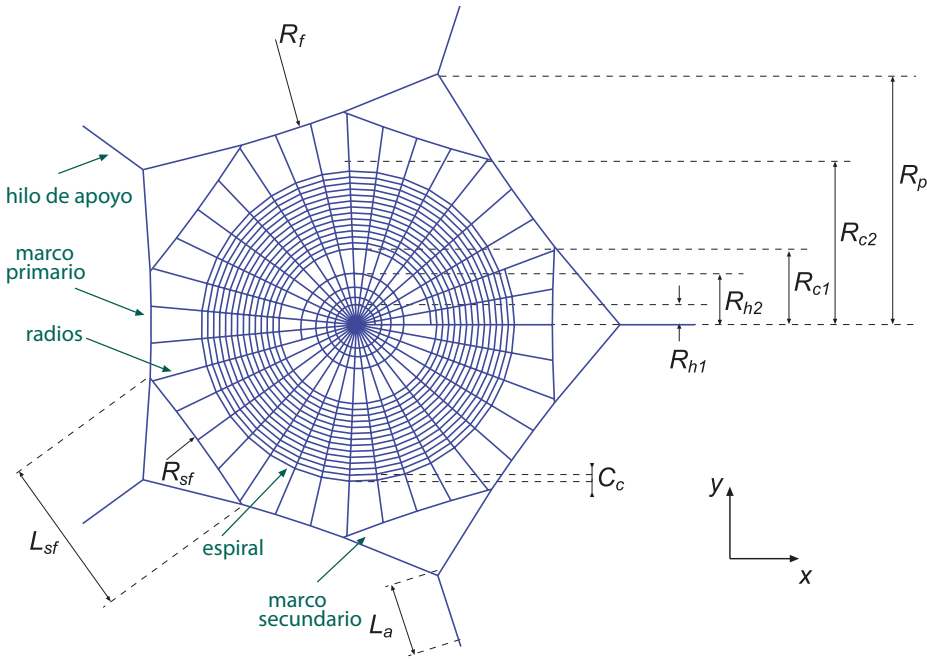


Figura 3.6. Geometría de referencia de una tela orbicular.

En los capítulos 4 y 5 se realizan simulaciones de impactos de una presa sobre la tela de araña. La variabilidad en la geometría de las presas potenciales hizo necesario asumir una geometría representativa de éstas: una esfera de diámetro 20 mm y masa $3 \cdot 10^{-5}$ kg. Además, la ausencia de datos sobre la rigidez de las presas obligó a considerar una geometría

3.7 Geometría y mallado

indeformable. Se asumió un valor de referencia para la velocidad de impacto de $V_0 = 2 \text{ ms}^{-1}$, con una incidencia normal al plano $\{x, y\}$.

Una vez definida la geometría, y aprovechando su forma regular, se desarrollaron códigos en Python para Abaqus/Scripting que permiten fijar: la geometría arriba descrita, la interacción entre telaraña y presa, las condiciones de contorno, el mallado y el posproceso de los resultados.

Parámetro	
no. de lados	\hat{N}_s
no. de hilos radiales	\hat{N}_r
radio del polígono	\hat{R}_p
longitud de los hilos de anclaje	\hat{L}_a
longitud de los hilos del marco secundario	\hat{L}_{sf}
radio inicial de la espiral logarítmica	\hat{R}_{h1}
radio final de la espiral logarítmica	\hat{R}_{h2}
longitud de la espiral logarítmica	\hat{L}_h
radio inicial de la espiral de captura	\hat{R}_{c1}
radio final de la espiral de captura	\hat{R}_{c2}
paso de la espiral de captura	\hat{C}_c
diámetro de los hilos de anclaje, marco primario y secundario	$\hat{\phi}_f$
diámetro de los hilos radiales	$\hat{\phi}_r$
diámetro de los hilos espirales	$\hat{\phi}_s$

Tabla 3.4. Parámetros que definen la geometría de la tela de araña ideal estudiada en los capítulos 4 y 5.

3.7.2 Geometría real

Las geometrías se obtuvieron directamente mediante la digitalización de fotografías de tres telarañas reales distintas pertenecientes a la especie *Araneus diadematus*. En estos modelos se utilizó el mismo tamaño, número de hilos radiales y espirales que en las telarañas originales. La zona central de las telas fue simplificada, a fin de evitar tamaños de elementos muy pequeños que, debido a la utilización de un esquema explícito, conllevaría incrementos de tiempo estable excesivamente pequeños.

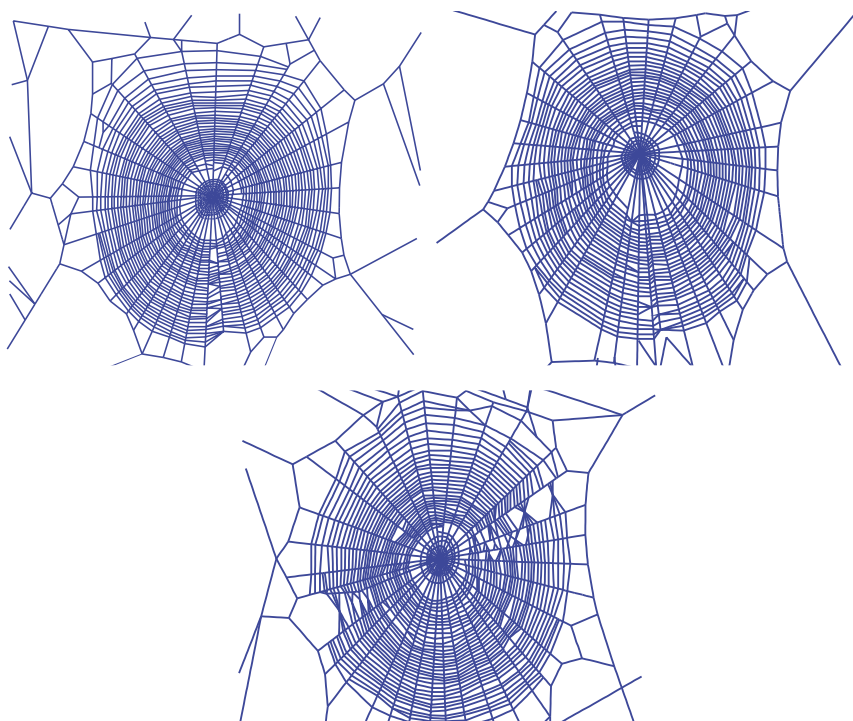


Figura 3.7. Modelos de telas de araña reales utilizados en el el capítulo 6.

4

Efecto de las fuerzas aerodinámicas y su influencia en la geometría de la tela de araña

4.1 Introducción

La evolución a lo largo de cientos de millones de años ha llevado a las arañas no solo a producir un material excepcional, sino a la elaboración de una lograda tipología estructural: las telarañas orbiculares constituidas por hilos tejidos para construir una superficie de captura que optimiza el uso de la seda producida por sus glándulas [17, 18].

Numerosos autores han estudiado las características estructurales de las telas orbiculares bajo condiciones de carga cuasi-estáticas [18, 13, 66, 104] o dinámicas [17, 1, 2, 57]. Una característica específica de las telarañas, que requiere un análisis dinámico, está relacionada con la resistencia aerodinámica. La fuerza de resistencia debida al movimiento relativo entre los hilos y el aire circundante es, por naturaleza, dinámica. La resistencia aerodinámica implica un aumento del riesgo de destrucción de las telas debido al viento [114]. Sin embargo, la importancia de la disipación aerodinámica para la funcionalidad de las telas orbiculares todavía no está clara. Mientras que algunos estudios sugieren que es crucial [114, 66], otros subestiman su importancia [97].

Efecto de las fuerzas aerodinámicas y su influencia en la geometría de la tela de araña

En este capítulo se presenta un análisis exhaustivo del efecto de la resistencia aerodinámica en carga de impacto y de viento. Para ello, se ha desarrollado un modelo de elementos finitos que incorpora las no linealidades que caracterizan a ambos eventos. Este modelo ha permitido identificar la resistencia del aire como un factor relevante a la hora de reducir el deterioro de las telas de arañas orbiculares, y para revelar la relación existente entre geometría de la tela y fuerzas aerodinámicas, que permite aumentar la resistencia de las telarañas orbiculares frente a impacto de presas y cargas originadas por el viento.

4.2 Métodos específicos

En esta sección se introducen los métodos específicos utilizados en el presente capítulo. Los aspectos generales del mismo se encuentran descritos en el capítulo 3.

Modelizar cargas de viento e impacto de presa en telas orbiculares implica las tres principales causas de no linealidades en Mecánica de Sólidos: el comportamiento no lineal de los materiales, las grandes deformaciones y los contactos. Además, la tela está sujeta a una fuerza aerodinámica no lineal. La corta duración del evento de carga y la presencia de estas no linealidades hacen recomendable el uso de un esquema explícito en el código de elementos finitos para resolver las ecuaciones de equilibrio. El solver explícito del código comercial Abaqus 6.14-2 [100] fue utilizado con este objeto. En esta sección se presentan las principales características del modelo así como la metodología adoptada para evaluar la degradación de la tela.

4.2.1 Geometría del modelo

La geometría de la tela de araña está definida por el modelo ideal presentado en el capítulo 3. La geometría de referencia utilizada en

el presente análisis, mostrada en la figura 4.1, está definida por los 11 parámetros de la tabla 4.1 (la tilde $\hat{}$ indica valores de referencia). Esta tela de referencia es similar a la empleada en los modelos utilizados por otros autores [18, 105, 66, 104, 1, 2, 56], y ha sido considerada aquí como una geometría apropiada para obtener una visión de los efectos principales de la resistencia aerodinámica en el comportamiento mecánico de las telarañas orbiculares. Por simplicidad, en la geometría utilizada en este capítulo (figura 4.1) no se incluyó la curvatura de los hilos de marco primario ni de marco secundario definida en el capítulo 3.

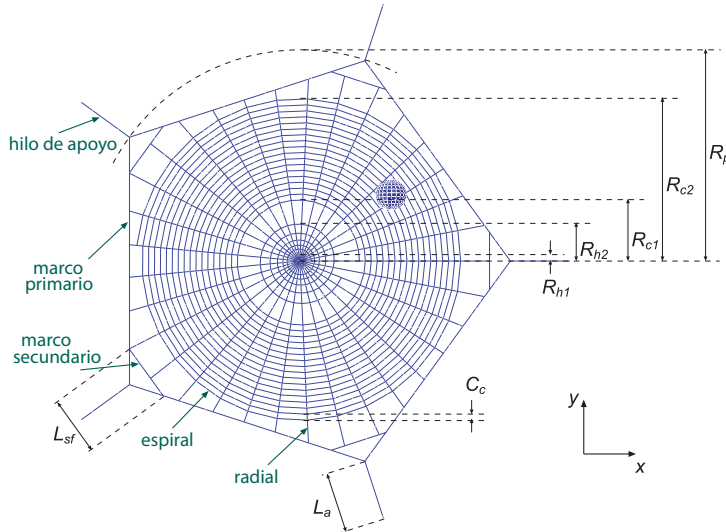


Figura 4.1. Geometría de referencia de una tela orbicular. La esfera representa la presa.

No obstante, las conclusiones del presente capítulo no se ven modificadas por esta simplificación, como se ha podido verificar en simulaciones de control, dado que la geometría no varía sustancialmente.

Efecto de las fuerzas aerodinámicas y su influencia en la geometría de la tela de araña

Parámetro	Variable	Valor
número de lados	\tilde{N}_s	5
número de hilos radiales	\tilde{N}_r	33
radio del polígono	\tilde{R}_p	141.4 mm
longitud de los hilos de apoyo	\tilde{L}_a	40.0 mm
longitud de los hilos de marco secundario	\tilde{L}_{sf}	22.3 mm
radio inicial de la espiral logarítmica	\tilde{R}_{h1}	7.5 mm
radio final de la espiral logarítmica	\tilde{R}_{h2}	30.0 mm
longitud de la espiral logarítmica	\tilde{L}_h	0.5 m
radio inicial de la espiral de captura	\tilde{R}_{c1}	40.0 mm
radio final de la espiral de captura	\tilde{R}_{c2}	110.0 mm
paso de la espiral de captura (aritmética)	\tilde{C}_c	4.0 mm

Tabla 4.1. Valores que definen la geometría de referencia (figura 4.1), aproximada a la estudiada por Vollrath et al. [114].

4.2.2 Modelo de seda

Para la simulación del comportamiento de la seda, en el presente análisis se utiliza el modelo elasto-plástico definido en la sección 3.3.1. Los parámetros del material, definidos en la tabla 3.1, y que dan lugar a las curvas tensión deformación mostradas en la figura 3.3, permiten recoger adecuadamente el comportamiento mecánico no lineal de los tres tipos de seda, espiral, radial y marco e hilos de anclaje, basándonos en los estudios de numerosos autores [35, 18, 13, 1, 20, 9]. Además, la tabla 3.1 muestra también los diámetros utilizados para cada tipo de hilo. Se tomó un valor de 1098 kg m^{-3} para la densidad de todos los hilos [56]. Con el fin de extender el presente análisis para un rango más amplio de propiedades mecánicas de la seda y, por tanto, para diferentes composiciones de proteínas de seda y de los efectos del hilado, se han considerado también variaciones amplias de la rigidez y de la deformación de rotura. Los resultados no se presentarán por brevedad,

pero se observaron las mismas tendencias obtenidas con las propiedades de la seda de referencia.

Los hilos de seda muestran capacidad de disipación de energía a través de la histéresis, proporcionando un amortiguamiento adicional durante la descarga. Debido a que las simulaciones llevadas a cabo en el presente trabajo se centran exclusivamente en los procesos de carga, se ha considerado innecesario tener en cuenta el comportamiento histerético del material. Del mismo modo, numerosos autores han mostrado la presencia de efectos viscosos en la respuesta mecánica de la seda [35, 25, 20, 26, 51]. Sin embargo, estos efectos no han sido considerados ya que la falta de datos experimentales hacen que no sea posible cuantificar la influencia de la velocidad de deformación en la rigidez, el flujo plástico y la deformación de rotura.

4.2.3 El trabajo plástico como medida de la degradación en la tela

En los materiales empleados en la fabricación de elementos de absorción de energía en protecciones frente a choques o impactos balísticos se busca habitualmente capacidad de endurecimiento y elevada deformación de rotura [128, 129]. De esta manera, estos materiales disipan una gran cantidad de energía en el proceso de deformación. Además, su geometría estructural se diseña para inducir deliberadamente elevados valores de deformación y daño con el fin de disipar la mayor cantidad posible de energía cinética. Así, una protección frente a impacto que muestra grandes deformaciones inelásticas bajo carga, y sobre una zona extensa, se considera un sistema eficiente. En otras palabras, están diseñadas como elementos de *un solo uso*, como por ejemplo los parachoques de un coche o los paneles de un blindaje, que se cambian después del evento de impacto tan pronto como el daño es visible. Sin embargo, una telaraña no dispone de protección adicional para preservar su función primaria

Efecto de las fuerzas aerodinámicas y su influencia en la geometría de la tela de araña

de captura de presas. Es decir, tiene que protegerse del impacto. Por lo tanto, una de las características estructurales más importantes de una telaraña debe ser su capacidad para soportar múltiples impactos. Esto permitirá el ahorro de los recursos nutricionales requeridos para reconstruir una tela en caso de rotura parcial, o para construir una tela nueva en el caso de rotura completa. En relación con su respuesta frente a impacto, la tela de araña debe ser considerada como un sistema reutilizable.

Un impacto de baja energía podría inducir solo deformaciones reversibles; en tal caso, las propiedades mecánicas de la tela permanecerían intactas. Pero impactos con mayores velocidades podrían producir la degradación de las propiedades mecánicas: el proceso de daño comenzaría a desarrollarse a nivel micro-estructural [53, 54], la tela perdería su pretensión (comprometiendo su función como sensor) y la cantidad de energía disponible para ser disipada por deformación antes del fallo decrecería. Así, cada impacto que supere un cierto umbral de energía puede ser considerado como un evento de daño acumulativo, en un proceso que finalmente conduciría al fallo de la tela.

Un método para valorar el efecto que el proceso de carga tiene en la posible degradación del material, y por consiguiente en la degradación de la tela, es utilizar el concepto de energía de deformación. De acuerdo a esta metodología, la energía de deformación en la tela Ω puede ser utilizada como una medida del efecto que un proceso de carga tiene sobre la tela en relación a su posible degradación. El enfoque propuesto es macroscópico en el sentido de que Ω es una medida global, y que la distribución de la energía de deformación entre los diferentes hilos no está representada. Sin embargo, permite una rápida evaluación de la degradación en la tela después de un evento de carga y una comparación cuantitativa entre la eficiencia de las diferentes arquitecturas de las telarañas. Esta metodología es habitualmente utilizada en otros campos,

tales como el diseño sismorresistente para evaluar la gravedad de cargas cíclicas [107].

A efectos prácticos, esta energía puede calcularse de la siguiente forma. Considerando el problema unidimensional representativo del estado tenso-deformacional del hilo. La potencia mecánica interna por unidad de volumen puede ser obtenida mediante la siguiente expresión:

$$\dot{w} = \sigma \frac{\dot{\lambda}}{\lambda} = \sigma \dot{\varepsilon} = \dot{w}^e + \dot{w}^p \quad (4.1)$$

donde $\dot{w}^e = \sigma \dot{\varepsilon}^e$ es la potencia debida a la energía elástica y $\dot{w}^p = \sigma \dot{\varepsilon}^p$ es la potencia debida a la energía plástica, ambas por unidad de volumen.

El trabajo disipado por deformación plástica de la tela durante la fase de carga puede medirse como

$$\Omega^p = \int_{V_{tela}} \int_{t=0}^{t=\hat{t}} \dot{w}^p dt dV, \quad (4.2)$$

donde V_{tela} es el volumen total de seda en la tela y $t = \hat{t}$ es el tiempo para el cual la presa ha sido detenida. El trabajo plástico es considerado en este capítulo como una medida que permite cuantificar la degradación de la tela producida por un único impacto.

Cómo se distribuye la energía cinética de la presa k^e durante el impacto es fácilmente observable al realizar el balance de potencia mecánica considerado en este análisis (donde la presa y la tela son tomados como integrantes de un mismo sistema):

$$\dot{W}^D = \dot{k}^e + \dot{K}^e + \dot{\Omega}^p + \dot{\Omega}^e. \quad (4.3)$$

La energía elástica Ω^e debida a la deformación recuperable de la seda, y la energía cinética de la tela K^e almacenan energía, mientras el trabajo plástico Ω^p debida a las deformaciones inelásticas de la seda y el trabajo de las fuerzas externas W^D disipan energía. Dado que la presa se ha

Efecto de las fuerzas aerodinámicas y su influencia en la geometría de la tela de araña

modelizado como un sólido rígido, las energía elásticas y plásticas están referidas únicamente a la tela. Por otra parte, no existen estudios en la bibliografía que permitan cuantificar la energía de rotura entre las uniones de hilos radiales y espirales [9], por lo que este efecto no se ha tenido en cuenta en el balance de potencia mecánica. La tasa de trabajo externo es calculada a través de la integral de la potencia desarrollada por las fuerzas aerodinámicas sobre toda la longitud de los hilos de seda L_{tela}

$$\dot{W}^D = \int_{L_{tela}} \vec{\Psi}_D \vec{v}_n dL. \quad (4.4)$$

Puesto que $\vec{\Psi}_D$ y \vec{v}_n tienen sentidos opuestos, el trabajo externo será negativo, lo cual es coherente con el balance de potencia mecánica de la ecuación 4.2.

4.2.4 Aspectos específicos del modelo de elementos finitos

El modelo de elementos finitos utilizado para el presente estudio es el presentado en el capítulo 3, si bien en esta sección se describen los aspectos específicos del presente capítulo.

Las arañas tejedoras de telas orbiculares controlan las fuerzas de pretensión durante la construcción de éstas para obtener una mayor estabilidad estructural [66, 1, 2, 47]. En este trabajo se asume una configuración inicial sin deformar y, por tanto, sin pretensión. Sin embargo se realizaron simulaciones complementarias considerando pre-tensión inicial. Los resultados no se presentan por brevedad, pero las tendencias confirmaron que las tendencias observadas en el caso sin pre-tensión pueden ser extendidos al caso con pretensión.

El tamaño característico del elemento, igual a la mitad de la longitud del segmento más pequeño de hilo espiral entre dos hilos radiales, sirvió

simultáneamente favorecer la congruencia geométrica en el contacto entre la esfera y la tela, y para satisfacer el análisis de convergencia de la malla. En los análisis de impacto sobre la tela se asumió un valor inicial de referencia para la velocidad de impacto de la esfera igual $V_0 = 2 \text{ ms}^{-1}$, con una incidencia normal al plano $\{x, y\}$. La posición relativa del impacto se mantuvo fija para todos los análisis: en el bisector del ángulo asociado a un lado del polígono, y sobre el punto medio del segmento de hilo radial en la zona de captura (figura 4.1), puesto que los impactos de presas son excéntricos en la mayoría de los casos. Las fuerzas debidas a la gravedad no fueron implementadas, como es común en análisis de impactos. En los análisis de carga de viento, ésta fue simulada imponiendo un aumento progresivo de la velocidad del aire en dirección normal al plano de referencia de la tela.

Es importante destacar que el comportamiento vibratorio no juega ningún papel durante la fase de carga. Si bien hay presencia de oscilaciones a alta frecuencia durante la misma, las simulaciones numéricas confirman que su amplitud es despreciable. Una vez que la presa ha deformado la tela hasta su punto máximo de deflexión y empieza a retroceder, la vibración global de la tela puede contribuir a disipar energía almacenada en la tela a través de las fuerzas aerodinámicas. Sin embargo, los análisis de impactos realizados en este trabajo se centran únicamente en la degradación inducida por la presa que, de acuerdo a los resultados de las simulaciones, se desarrolla únicamente durante la primera fase de carga.

Por otra parte, los hilos de seda espiral contienen unas gotas adhesivas que hacen que las presa se peguen a éstos, lo que evita que las presas se escapen. Además, estas gotas o "droplets" aumentan notablemente el diámetro de estos hilos, por ello se incluyó un factor de mayoración de un 30% de las fuerzas aerodinámicas a fin de estudiar el efecto global de estas gotas en los resultados obtenidos.

4.3 Cambios en la geometría producen cambios en las fuerzas aerodinámicas

A continuación se derivará una expresión cerrada para aproximar la fuerza aerodinámica actuando sobre la zona de captura de la tela. Los hilos de anclaje y marco han sido excluidos de esta expresión, dado que sus longitudes (y con ello la fuerza aerodinámica asociada) son habitualmente mucho menores que las de los hilos radiales y espirales.

Considérese una geometría de referencia de la zona de captura con radio externo \tilde{R} , distancia angular entre hilos radiales $\tilde{\delta}_r$ y distancia entre hilos espirales $\tilde{\delta}_s$. El diámetro de los hilos de referencia será $\tilde{\phi}_r$ para los hilos radiales y $\tilde{\phi}_s$ para los espirales. Por simplicidad se elimina la espiral logarítmica, por lo que la espiral de captura (aritmética) se extiende desde el centro hasta el exterior de la zona de captura ($0 \leq r \leq \tilde{R}$). Con esta geometría, variaciones en el tamaño de la tela pueden ser definidas a través del factor de escala α_H que multiplicaría a \tilde{R} y a $\tilde{\delta}_s$, permitiendo obtener una transformación homotética de la geometría de referencia. De manera complementaria se definirán dos nuevos factores de escala que permitirán aplicar cambios adicionales en la geometría, el primero α_δ que escala simultáneamente la separación entre hilos de ambas familias (radiales y espirales) y el segundo α_ϕ que escala simultáneamente el diámetro de ambos hilos (figura 4.2).

Las siguientes ecuaciones se obtienen a través de un proceso de continualización, en el cual la tela compuesta por hilos discretos es transformada en un continuo. Esto permite derivar expresiones de utilidad para el análisis del efecto de las fuerzas aerodinámicas, aprovechando las ventajas del cálculo diferencial e integral.

La figura 4.2 muestra un sector de la zona de captura ideal definida anteriormente. Considerando este sector de la tela centrado en la

4.3 Cambios en la geometría producen cambios en las fuerzas aerodinámicas

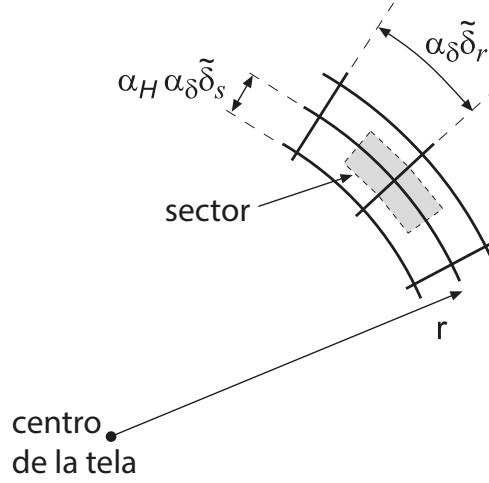


Figura 4.2. Sector de la tela considerado para la estimación de la fuerza aerodinámica, y efecto de los factores de escala α_H y α_S . El factor α_ϕ modifica el diámetro de los hilos.

intersección entre dos hilos radiales y espirales a una distancia r del centro, la longitud de los hilos contenidos en el sector estará definida por

$$L_r = \alpha_H \alpha_\delta \tilde{\delta}_s \quad (4.5)$$

para el segmento radial y

$$L_s = r \alpha_\delta \tilde{\delta}_r \quad (4.6)$$

para el segmento espiral. Asimismo, el área del sector vendrá dada por

$$A = \alpha_H \alpha_\delta^2 \tilde{\delta}_r \tilde{\delta}_s r \quad (4.7)$$

por lo que la densidad superficial de longitud de hilo por unidad de área se determina mediante las expresiones

$$\eta_r = \frac{L_r}{A} = \frac{1}{\alpha_\delta \tilde{\delta}_r r} \quad (4.8)$$

Efecto de las fuerzas aerodinámicas y su influencia en la geometría de la tela de araña

$$\eta_s = \frac{L_s}{A} = \frac{1}{\alpha_H \alpha_\delta \tilde{\delta}_s} \quad (4.9)$$

Las ecuaciones (3.4), (4.8) y (4.9) permiten estimar la fuerza aerodinámica actuando en la zona de captura a través de las siguientes expresiones

$$F_r = 2\pi \int_0^{\alpha_H \tilde{R}} \eta_r \Psi_D r dr \quad (4.10)$$

para el conjunto de los hilos radiales, y

$$F_s = 2\pi \int_0^{\alpha_H \tilde{R}} \eta_s \Psi_D r dr \quad (4.11)$$

para el conjunto de los hilos espirales.

Estos valores de F_r y F_s se calcularán para ambos tipos de carga crítica a las que se ven sometidas las telas: viento e impacto.

4.3.1 Fuerza aerodinámica bajo carga de viento

Tomando $v_n = v_{viento}$ en la ecuación (3.4), la fuerza aerodinámica actuando sobre la zona de captura es

$$F_{viento} = F_{viento,r} + F_{viento,s} = \Lambda_\alpha \tilde{F}_{viento} \quad (4.12)$$

donde \tilde{F}_{viento} es la fuerza aerodinámica correspondiente a la geometría de referencia

$$\tilde{F}_{viento} = \pi B \kappa^m \rho_a \tilde{R} \left(\frac{\tilde{\phi}_r^{1-m}}{\tilde{\delta}_r} + \frac{\tilde{R} \tilde{\phi}_s^{1-m}}{2\tilde{\delta}_s} \right) v_{viento}^{2-m} \quad (4.13)$$

y Λ_α es un factor aerodinámico de la tela, y que depende de los tres factores de escala definidos anteriormente

4.3 Cambios en la geometría producen cambios en las fuerzas aerodinámicas

$$\Lambda_\alpha = \frac{\alpha_H \alpha_\phi^{1-m}}{\alpha_\delta} \quad (4.14)$$

4.3.2 Fuerza aerodinámica bajo carga de impacto

Considerando ahora un impacto centrado y desplazamiento nulo en los extremos exteriores de los hilos radiales, puede asumirse el siguiente perfil lineal de velocidad para la tela

$$v_n = v_{presa} \left(1 - \frac{r}{\alpha_H \bar{R}} \right) \quad (4.15)$$

siendo v_{presa} la velocidad en el centro de la tela, coincidente con la velocidad de la presa. La fuerza aerodinámica actuando sobre la zona de captura se definirá entonces como

$$F_{presa} = F_{presa,r} + F_{presa,s} = \Lambda_\alpha \tilde{F}_{presa} \quad (4.16)$$

donde \tilde{F}_{presa} es la fuerza aerodinámica correspondiente a la geometría de referencia

$$\tilde{F}_{presa} = \pi B \kappa^m \rho_a \tilde{R} \left(\frac{\tilde{\phi}_r^{1-m}}{\tilde{\delta}_r (3-m)} + \frac{\tilde{R} \tilde{\phi}_s^{1-m}}{\tilde{\delta}_s (4-m) (3-m)} \right) v_{presa}^{2-m} \quad (4.17)$$

y el factor aerodinámico de la tela Λ_α conserva la misma expresión obtenida para la carga de viento (ecuación (4.14)).

4.3.3 Influencia de los parámetros de escala en la fuerza aerodinámica

Los parámetros κ , ρ_a , B y m en las ecuaciones (4.13) y (4.17), ligados a las propiedades del aire y a la relación entre el número de Reynolds y

Efecto de las fuerzas aerodinámicas y su influencia en la geometría de la tela de araña

el coeficiente aerodinámico del hilo de sección circular, no pueden ser modificados por la araña. Sin embargo, ésta si que es capaz de realizar cambios en la geometría de la tela modificando tanto su tamaño como la distancia entre hilos, cambios que se pueden recoger mediante los parámetros de escala α_H y α_δ . El coeficiente Λ_α agrupa los factores de escala y permite entender cómo cambios en la geometría de la tela pueden modificar las fuerzas aerodinámicas presentes bajo carga de viento o de impacto: un aumento en el tamaño de la tela, así como una disminución en el espacio entre hilos radiales y espirales, incrementa la carga aerodinámica.

Entre los diferentes aspectos que afectan a la geometría, el coste energético de fabricación juega un factor clave. Como han indicado diferente autores [99, 92, 96], este coste está ligado al volumen total de seda, el cual está concentrado en su mayoría en la zona de captura. Existe una fuerte tendencia en el mundo biológico de hacer un uso máximo de los recursos; ahorrar costes operacionales permite al organismo disponer de mayor cantidad de energía para reproducirse. Por tanto, se introducirá en el presente análisis la restricción de volumen constante de seda, lo que permite analizar el efecto de variaciones geométricas que no implican cambios en el gasto energético. Siguiendo las aproximaciones anteriores este volumen puede ser estimado como

$$V = 2\pi \int_0^{\alpha_H \tilde{R}} \frac{\pi \alpha_\phi^2}{4} \left(\eta_r \tilde{\phi}_r^2 + \eta_s \tilde{\phi}_s^2 \right) r dr = \frac{\alpha_H \alpha_\phi^2}{\alpha_\delta} \frac{\pi^2 \tilde{R}}{2} \left(\frac{\tilde{\phi}_r^2}{\tilde{\delta}_r} + \frac{\tilde{R} \tilde{\phi}_s^2}{2 \tilde{\delta}_s} \right) \quad (4.18)$$

por lo que variaciones en la geometría cumpliendo la condición de volumen constante $dV = 0$ o, expresado de forma alternativa

$$2\alpha_H \alpha_\delta \alpha_\phi d\alpha_\phi - \alpha_H \alpha_\phi^2 d\alpha_\delta + \alpha_\delta \alpha_\phi^2 d\alpha_H = 0 \quad (4.19)$$

4.3 Cambios en la geometría producen cambios en las fuerzas aerodinámicas

mantienen constante el volumen de seda invertido en la zona de captura. Si el tamaño de la tela no varía (α_H constante), es decir, manteniendo el área de captura constante, la ecuación (4.19) puede ser integrada para obtener una relación entre el diámetro y el factor de espaciado entre hilos

$$\alpha_\phi^2 = \alpha_\delta \quad (4.20)$$

En esta hipótesis, el factor aerodinámico de la tela quedaría

$$\Lambda_\alpha = \frac{\alpha_H}{\alpha_\delta^{(1+m)/2}} \quad (4.21)$$

El espaciado entre los hilos aparece entonces como un parámetro clave, que puede contribuir a disminuir la fuerza aerodinámica bajo carga de viento (grandes α_δ) o para aumentar la disipación de energía bajo carga de impacto (bajos α_δ). Ciertamente, a igualdad de coste de material, es decir, a igualdad de volumen de seda, modificar α_δ implica un cambio en el diámetro de los hilos a través del parámetro α_ϕ .

De manera similar, puede determinarse el factor aerodinámico de la tela en la hipótesis de separación de hilos constante (α_δ constante), permitiendo variaciones de α_H y α_ϕ . Integrando la ecuación (4.19) obtenemos la relación entre los anteriores parámetros de escala.

$$\alpha_\phi = \sqrt{1/\alpha_H} \quad (4.22)$$

y el factor aerodinámico de la tela quedaría definido como

$$\Lambda_\alpha = \frac{\alpha_H^{(1+m)/2}}{\alpha_\delta} \quad (4.23)$$

Por lo tanto, las arañas pueden aumentar o disminuir la fuerza aerodinámica mediante el aumento o la disminución del tamaño de las telas (α_H), respectivamente.

Efecto de las fuerzas aerodinámicas y su influencia en la geometría de la tela de araña

Las ecuaciones (4.21) y (4.23) reflejan el efecto de incrementar la longitud total de hilo a cambio de disminuir su diámetro, dando lugar a una mayor carga aerodinámica a igualdad de volumen de seda.

En la siguiente sección se realizará un análisis aerodinámico-estructural acoplado a fin de descubrir cómo las arañas podrían aumentar la resistencia estructural de las telas (bajo carga de viento o impacto) a través de la modificación de la geometría, aprovechando los efectos aerodinámicos. Estos análisis serán llevados a cabo bajo la hipótesis de *volumen de seda constante*.

4.4 Análisis de resultados

Partiendo de la geometría de la tela de referencia se generaron geometrías adicionales escalando el espaciado entre hilos de ambas familias (espirales y radiales) mediante el parámetro α_δ , o el tamaño de la tela mediante el factor α_H . Un valor unidad de α_δ y α_H corresponde con el espaciado de los hilos y el tamaño de la tela de la geometría de referencia dada por los datos de la tabla 4.1. Como se ha indicado anteriormente, la variación α_H o α_δ implica una variación de α_ϕ para mantener la restricción de volumen constante en los hilos que componen la zona de captura (espirales y radiales). Debido a que el presente análisis se centra específicamente en los efectos aerodinámicos, los hilos de anclaje y de marco no han sido afectados por la variación de la escala en el diámetro, dado que su modificación apenas modificaría las fuerzas aerodinámicas, pero si fuertemente el comportamiento estructural de la tela. Por contra, la variación de α_H y α_δ (a volumen constante) apenas modifica la respuesta estructural frente a cargas de impacto pero sí de forma notable las cargas aerodinámicas, como se mostrará posteriormente.

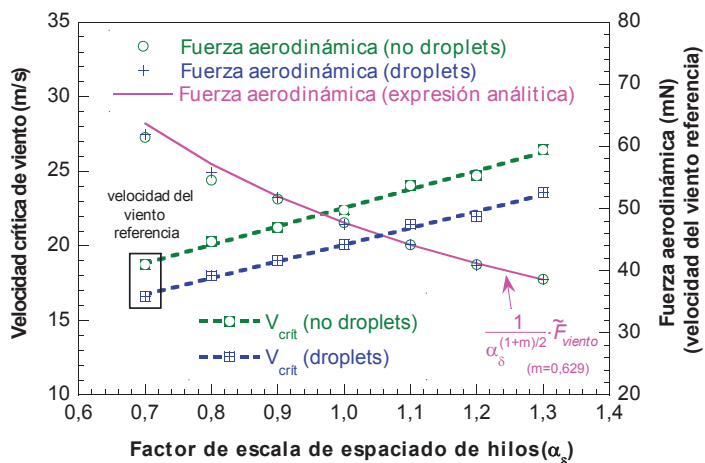
4.4.1 Fuerza aerodinámica bajo carga de viento

Definamos la *velocidad crítica de viento* como aquella que conduce al colapso de la tela, caracterizado por el fallo de un hilo de apoyo; la rotura de uno de estos hilos compromete la función primordial de captura de presas, para la geometría considerada en este trabajo. Esta velocidad crítica fue calculada utilizando el modelo de elementos finitos, y su dependencia con el espaciado de los hilos de la espiral de captura α_δ y el tamaño de la tela α_H se representa en las figuras 4.3a y 4.3b respectivamente. De igual modo, cada figura muestra la influencia de α_δ y α_H en la fuerza aerodinámica. Además, los resultados de fuerza aerodinámica fueron comparados con la aproximación analítica obtenida en la sección 4.3; para ello se utilizó como velocidad de referencia el menor valor de velocidad crítica obtenida en las simulaciones con "droplets". Estos valores resultaron ser $v_{referencia} = 18.7$ m/s para las variaciones del espaciado entre hilos α_δ y $v_{referencia} = 17.7$ m/s para las variaciones del factor de escala de tamaño α_H .

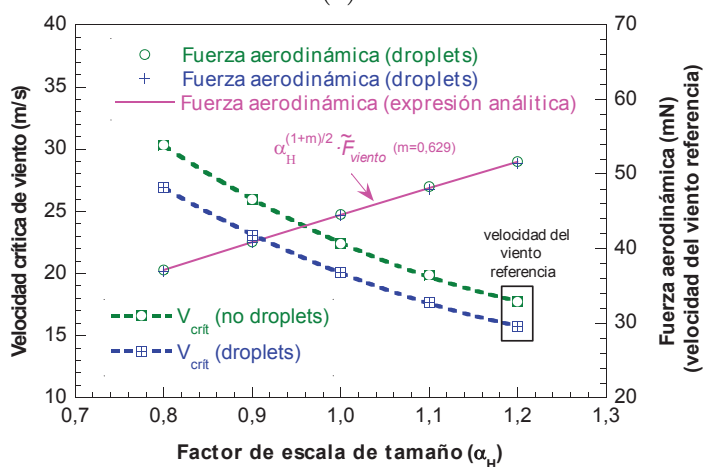
Hay que resaltar que las dimensiones de los diámetros obtenidos con las ecuaciones (4.20) y (4.22) a partir de las variaciones de α_δ y α_H son razonables, $0.84 \leq \alpha_\phi \leq 1.14$ de acuerdo con las ecuaciones (4.20) y (4.22), puesto que distintos autores han encontrado variaciones de hasta un 600% en el diámetro de los hilos para una misma telaraña [8].

De acuerdo con la figura 4.3a, la tela muestra un comportamiento estructural más eficiente bajo carga de viento cuando la araña teje una zona de captura menos densa. Al aumentar la distancia entre hilos manteniendo el volumen de seda total constante, se producen dos cambios fundamentales en el comportamiento estructural de la telaraña. La superficie expuesta disminuye, por lo que carga total actuando sobre la tela también lo hace. Por tanto, la tela puede soportar cargas de viento mayores usando mayor distancia entre hilos radiales y entre hilos espirales. Esta mejora en el comportamiento estructural de la tela es

Efecto de las fuerzas aerodinámicas y su influencia en la geometría de la tela de araña



(a)



(b)

Figura 4.3. (a) Influencia del espaciado entre los hilos de la zona de captura en la velocidad crítica de viento (resultados de elementos finitos), y en la fuerza aerodinámica a velocidad $v_{referencia}=18,7 m/s$ (resultados de elementos finitos y aproximación analítica). (b) Influencia del tamaño de la tela en la velocidad crítica de viento (resultados de elementos finitos) y sobre la fuerza aerodinámica a $v_{referencia}=17,7 m/s$ (resultados de elementos finitos y aproximación analítica). Ambos análisis han sido realizados a volumen de seda constante.

debida a la reducción de las fuerzas aerodinámicas, como puede verse en la figura 4.3a. Además, la influencia de α_δ en la carga aerodinámica queda adecuadamente recogida a través del coeficiente de carga aerodinámico definido en la ecuación 4.12.

$$F_{viento} = \frac{\tilde{F}_{viento}}{\alpha_\delta^{(1+m)/2}} \quad (4.24)$$

donde se consideró la condición dada en la ecuación (4.21) y $\alpha_H = 1$ (zona de captura constante, e igual a la de referencia).

Esta figura muestra cómo la tela es más eficiente bajo carga de viento cuando el tamaño de la zona de captura es menor (a igualdad de volumen de seda): de acuerdo con los resultados de las simulaciones, telas más pequeñas pueden soportar vientos más fuertes, teniendo o no en cuenta las gotas de la seda espiral. La mejora en el comportamiento estructural de la tela se debe a la reducción de la fuerza aerodinámica, como se observa en la figura 4.3b. La variación de la fuerza aerodinámica también es capturada adecuadamente a través del coeficiente de carga aerodinámica definido en la ecuación (4.12)

$$F_{viento} = \alpha_H^{(1+m)/2} \tilde{F}_{viento} \quad (4.25)$$

donde se consideró la condición dada por la ecuación (4.23) y $\alpha_\delta = 1$. En la figura 4.3b, la fuerza aerodinámica de referencia \tilde{F}_{viento} correspondiente a $\alpha_H = 1$ ha sido obtenida de los resultados de las simulaciones numéricas por elementos finitos.

El análisis anterior es coherente con los resultados de Liao et al. [63], quienes examinaron cómo la presencia de fuerzas aerodinámicas afectaba a la geometría de telas orbiculares construidas por la especie *Cyclosa*, la cual habita zonas con diferentes niveles de viento. Según concluyeron los autores, para hacer frente a los fuertes vientos, las arañas que habitan zonas costeras construyen telas más pequeñas y menos densas con hilos

Efecto de las fuerzas aerodinámicas y su influencia en la geometría de la tela de araña

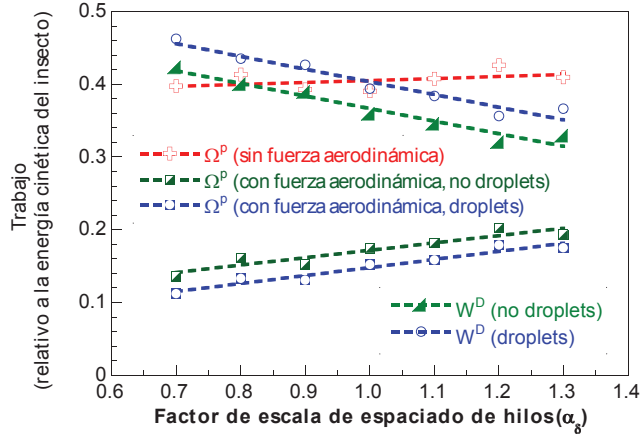
más gruesos y resistentes. Observaciones similares fueron puestas de manifiesto por otros autores [114, 48, 127], quienes mostraron que las arañas reducen el número de hilos radiales, longitud espiral y área de la zona de captura cuando detectan un medio ambiente ventoso. Sin embargo, en ausencia de vientos intensos, la carga crítica pasa a ser la debida a impacto de la presa. En estas condiciones, como se expondrá en la siguiente sección, la araña modifica la geometría tratando de obtener beneficios de las fuerzas aerodinámicas.

4.4.2 Fuerza aerodinámica bajo carga de impacto

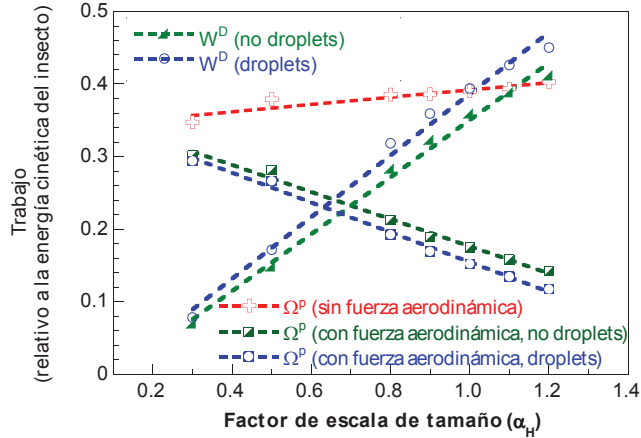
La carga se impuso aplicando una velocidad inicial a la esfera, que impactó sobre diferentes geometrías definidas por los parámetros α_δ y α_H . Los correspondientes valores de trabajos plástico y d fuerzas aerodinámicas se muestran en la figura 4.4. En este caso, el factor de escala α_H varía entre 0.3 y 1.2, cubriendo el rango de los tamaños de telas tejidas por arañas de tamaño pequeño y grande. Los diámetros de los hilos, como resultado de la variación de α_δ y α_H , se encuentran en el rango $0.84 \leq \alpha_\phi \leq 1.82$, que se considera razonable dados los cambios de diámetros encontrados en los hilos de las telas de una misma especie [8]. En los análisis bajo carga de impacto se determinó el trabajo plástico disipado con y sin fuerza aerodinámica. Como se comentó anteriormente, el trabajo plástico se ha considerado como una medida de la degradación global de la tela, y ha permitido evaluar el efecto de las fuerzas aerodinámicas en esta degradación.

Los resultados mostrados en la figura 4.4a muestran cómo las fuerzas aerodinámicas también tienen un efecto notable en la respuesta frente a impacto de las telas de araña. Cuando no se incluyen estas fuerzas, las variaciones del factor de escala de espaciado de hilos α_δ en todo el rango considerado, se corresponden con un valor prácticamente constante de

4.4 Análisis de resultados



(a)



(b)

Figura 4.4. (a) Influencia del espaciado entre los hilos de la espiral de captura en el trabajo plástico y en el trabajo de las fuerzas aerodinámicas. (b) Influencia del tamaño de la tela en el trabajo plástico y en el trabajo fuerzas aerodinámicas. Análisis para carga de impacto y volumen de seda constante.

disipación de energía plástica con un leve incremento a medida que aumenta α_δ . Esto puede deberse a una distribución más uniforme de la fuerza de contacto entre la esfera y los diversos elementos de la estructura (menor distancia entre los hilos). Obviamente, esto es una consecuencia de asumir la condición de volumen constante, que

Efecto de las fuerzas aerodinámicas y su influencia en la geometría de la tela de araña

preserva la cantidad de material estructural presente en la tela. Sin embargo, cuando las fuerzas aerodinámicas se introducen, el trabajo plástico aumenta conforme disminuye el espaciado entre hilos, con una diferencia en torno al 27% entre los valores extremos. Además, este efecto es contrarrestado por un aumento en el trabajo realizado por las fuerzas aerodinámicas, como se muestra en la figura 4.4a.

Del mismo modo, los beneficios de tejer grandes telas bajo carga de impacto se hacen evidentes cuando se considera el efecto de la resistencia aerodinámica (figura 4.4b). El incremento de ambos tipos de hilo en la zona de captura y una mayor flexibilidad en dirección perpendicular al plano de la tela, permiten un mayor desplazamiento transversal de la tela, llevando a una mayor disipación de la energía debido a la resistencia aerodinámica. Así, telas más pequeñas no se beneficiarían sensiblemente de esta resistencia aerodinámica; como muestra la figura 4.4b, la diferencia entre el trabajo plástico con y sin fuerza se reduce notablemente, resultado inapreciable para la tela más pequeña considerada en este análisis. Por lo tanto, las arañas que sacan máximo provecho de la resistencia aerodinámica son las que construyen telas más grandes.

La presencia de las gotas adhesivas en los hilos espirales dio lugar a menores valores de velocidad de viento crítica y menores valores de fuerza aerodinámica. Del mismo modo, en los análisis de impacto, resultaron mayores valores de disipación de energía aerodinámica y, con ello, menores valores de energía plástica disipada. Si bien los valores se vieron alterados por la presencia de las gotas adhesivas, las tendencias resultaron ser análogas.

4.5 Conclusiones

De acuerdo con el presente análisis, las arañas se beneficiarían de los efectos aerodinámicos al modificar la geometría de sus telas en función de las condiciones de carga. Ciertamente, existen otros factores condicionantes de la geometría. Por ejemplo, un menor espaciado entre hilos permite capturar presas de menor tamaño, y una tela de grandes dimensiones permite incrementar la zona de captura y con ello la probabilidad de atrapar presas [45]. Por otro lado, mayores dimensiones conllevarían mayores costes energéticos tanto por la producción de la seda, como por la construcción de la tela. Asimismo, capturar presas grandes incrementa la ingesta de energía y la probabilidad de éxito reproductivo, lo que supone una presión adicional hacia el aumento del tamaño de la tela [112, 9]. En cualquier caso, en la fuerte tensión evolutiva entre los cambios geométricos que mejoran la intercepción y retención de presas y los que reducen costes energéticos, la interacción entre geometría y resistencia aerodinámica debe considerarse como un factor clave en la evolución de la arquitectura de las telas de arañas y la biomecánica de la seda. Los beneficios de cambiar la topología, ya sea para aumentar o para disminuir la resistencia aerodinámica son demasiado elevados como para ser ignorados dentro del proceso evolutivo de estos animales.

El trabajo descrito en el presente capítulo se ha publicado en el artículo: R. Zaera, A. Soler and J. Teus. Uncovering changes in spider orb-web topology owing to aerodynamic effects. *Journal of the Royal Society Interface*, 11(98), 20140484, 2014.

5

Efecto del marco secundario en el comportamiento estructural de las telas de araña

5.1 Introducción

El eficiente comportamiento de las telarañas como trampa de presas aéreas no se debe únicamente a las excepcionales propiedades mecánicas de la seda, sino también a una extraordinaria topología estructural [17]. Ambos factores están estrechamente relacionados, dado que la disposición de los hilos permite un uso eficiente de la seda [94]. Así, la telaraña está compuesta de hilos espirales adhesivos, cuya función principal es la retención de presas, soportados por una estructura de hilos de mayor resistencia (anclaje, marco y radios), que mantienen la seda espiral en su lugar, disipando la energía de la presa y transmitiendo la carga de impacto a los apoyos [134, 93].

La función principal de las telarañas es interceptar, detener y retener la presa el tiempo suficiente para que la araña la capture. El impacto de una presa puede desafiar la resistencia de tela, y el fallo puede ocurrir en la subestructura espiral o en los hilos de resistencia. El fallo de los hilos espirales no implica un daño estructural importante, pero puede llevar a una eventual pérdida de la presa. Sin embargo, aunque las telas orbiculares muestran tolerancia al daño, el fallo de los hilos de resistencia puede comprometer el desempeño de la función estructural. De acuerdo

Efecto del marco secundario en el comportamiento estructural de las telas de araña

con diversos autores [28, 108], las arañas reparan de forma eficiente los daños que amenazan la integridad de la tela. Así, las arañas añaden hilos nuevos cuando se rompen los hilos de anclaje o de marco [108], recuperando en cierta medida su capacidad estructural y restableciendo la tensión en los hilos radiales, manteniendo su capacidad para capturar presas y su funcionalidad como sistema transmisor de vibraciones. En cualquier caso, el proceso de reparación consume recursos y, cuanto mayor sea el daño, mayor será el gasto energético. Por lo tanto, cualquier mejora en la topología de la tela que disminuya la probabilidad de fallo en su estructura resistente debe ser considerada como beneficiosa.

La resistencia de la tela depende en gran medida de la distribución óptima de la seda (un recurso limitado y valioso para la araña) entre los diferentes tipos de hilo, y del apropiado posicionamiento de éstos. Descubrir las estrategias que contribuyen a este requisito en una estructura, como la telaraña, de notable resistencia, no sólo nos permite comprender cómo han evolucionado éstas, sino que también proporciona principios de diseño que podrían aplicarse a otros sistemas estructurales.

Durante la realización de la presente tesis se ha planteado el interés que entraña el estudio de la función estructural del marco secundario (figura 5.1). Este elemento está presente en la mayoría de las telas orbiculares y, sin embargo, su utilidad ha sido obviada en la literatura. En comparación con los hilos espirales, radiales, de marco primario o de anclaje, el marco secundario supone un pequeño gasto en seda, pero su contribución estructural es relevante, como se pondrá de manifiesto en esta sección.

Como constatación de la presencia extendida del marco secundario en las telas de araña orbiculares, en este trabajo se identificó esta estructura (o hilos radiales con bifurcación en “Y”, que representa un marco secundario más pequeño) en telas de las arañas de la familia Araneidae, géneros *Araneus* (9 de 11 telas), *Cyclosa* (8 de 8 telas),

Zygiella (13 de 14 telas) y *Argiope* (4 de 4 telas), así como en telas de la familia Nephilidae género *Nephila* (5 de 5 telas). También se encontraron marcos secundarios en telas de los géneros *Zilla*, *Micrathena*, *Eriophora*, *Tetragnatha*, *Acusilas*, *Alpaida*, *Gasteracantha*, *Mangora*, *Nuctenea*, *Scoloderus* y *Wixia* (familia Araneidae), y en las telas del género *Anapistula* (familia Symphytognathidae). La figura 5.1 muestra algunos ejemplos representativos de las telas con hilos de marco secundario. En todos los casos anteriores, se pudo constatar que las arañas evitan sistemáticamente: i) la conexión directa entre el marco primario y los hilos radiales con alineación próxima a la de los hilos de anclaje, interponiendo entre ambos tipos de elementos los hilos de marco secundario; ii) el contacto entre los extremos de segmentos contiguos del marco secundario.

Cuando no se encontraron marcos secundarios, las arañas evitaron tejer hilos radiales con orientación próxima a la de los hilos de anclaje, bien aumentando en estas zonas la distancia angular entre radios (figura 5.2 derecha), bien curvando los radios al acercarse éstos a los anclajes (figura 5.2 izquierda). Observaciones similares han sido realizadas previamente por Zschokke [134]. Este estudio pretende proporcionar una justificación para todas estas afirmaciones, fundamentada en conceptos de la Mecánica Estructural.

Efecto del marco secundario en el comportamiento estructural de las telas de araña

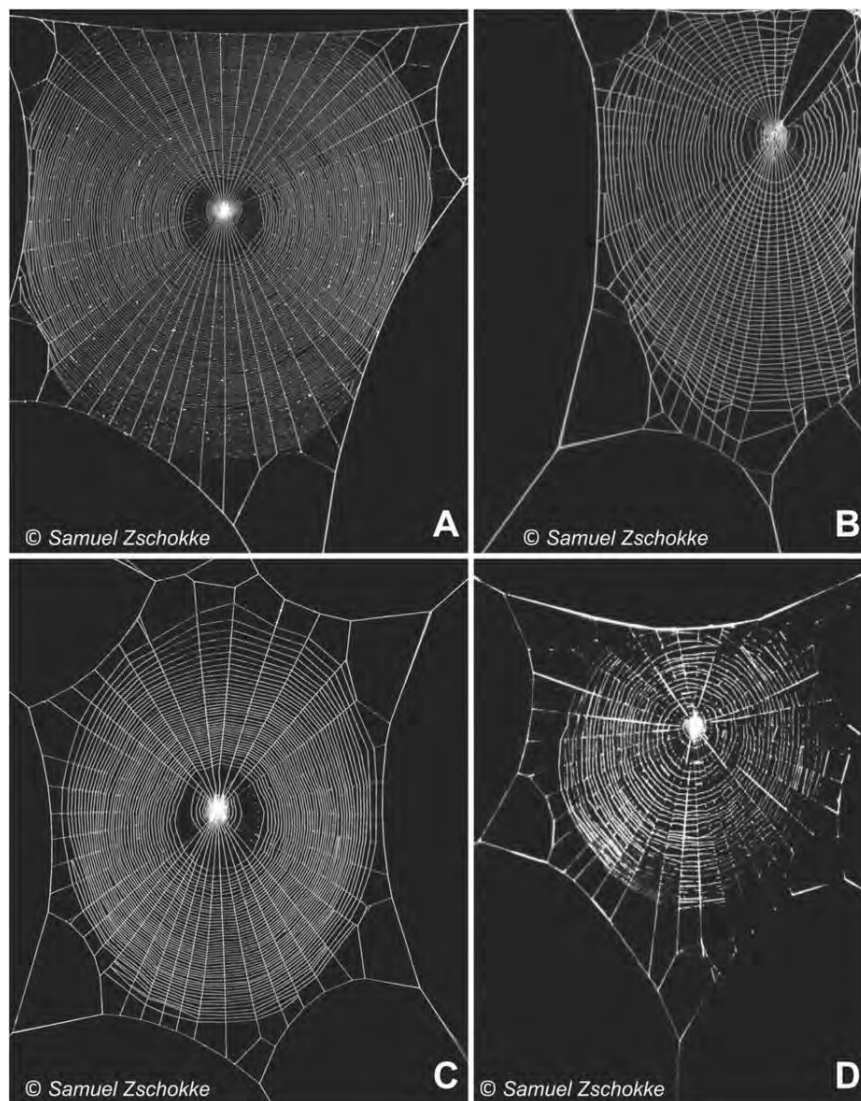


Figura 5.1. Fotografías de telas orbiculares construidas por diferentes especies de araña, cortesía del Dr. Samuel Zschokke (Universidad of Basel). (A) *Zilla dioda*. (B) *Zygiella x-notata*. (C) *Araneus diadematus*. (D) *Cyclosa oculata*. El marco secundario puede verse en las figuras (A) a (D). Los hilos radiales con estructura “Y” pueden ser observados en (C). Las arañas evitan conectar hilos radiales con hilos de marco cerca de los anclajes, y evitan la proximidad entre extremos de hilos contiguos de marco secundario.

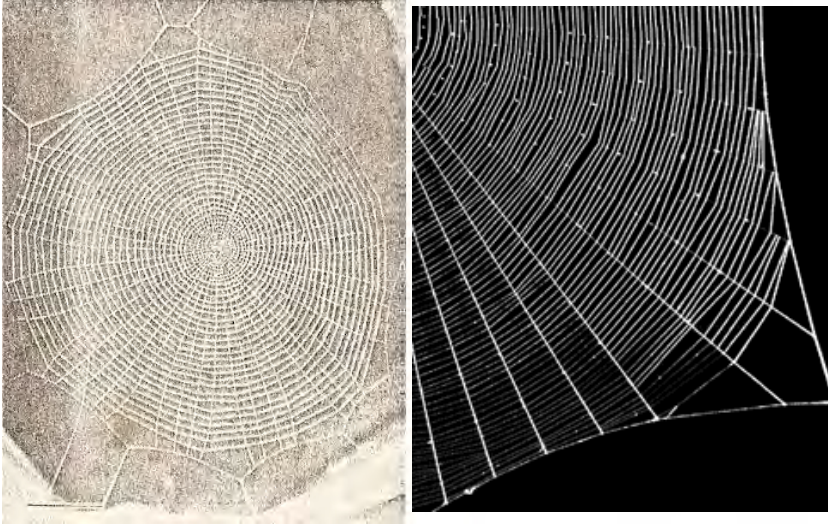


Figura 5.2. Fotografía de telarañas reales. *Uloborus diversus* (izquierda), la cual a pesar de no contar con marco secundario, evita la conexión directa entre los radios y los hilos de anclaje [29]. *Zilla dioda* (derecha) mostrando la curvatura del marco primario y el aumento de separación angular entre hilos radiales [135].

5.2 Métodos específicos para el presente estudio

5.2.1 Geometría del modelo

Las características generales de la tela de araña orbicular se han definido en el capítulo 3. Para el presente análisis, a diferencia del realizado en el capítulo 4, se ha introducido un radio de curvatura tanto en el marco primario R_f como en el secundario R_{sf} , que permiten recoger con mayor fidelidad la geometría que adoptan estos hilos por efecto de la pretensión. Puesto que en este análisis se pretende estudiar el efecto de la longitud de hilo de marco secundario L_{sf} , se ha reducido el radio

Efecto del marco secundario en el comportamiento estructural de las telas de araña

exterior de la espiral de captura con respecto al análisis mostrado en el capítulo anterior. De esta manera se puede incrementar la longitud del marco secundario sin que éste intersecte a la espiral de captura. La tabla 5.1 muestra los valores de los parámetros que definen la geometría de referencia utilizada en el presente análisis.

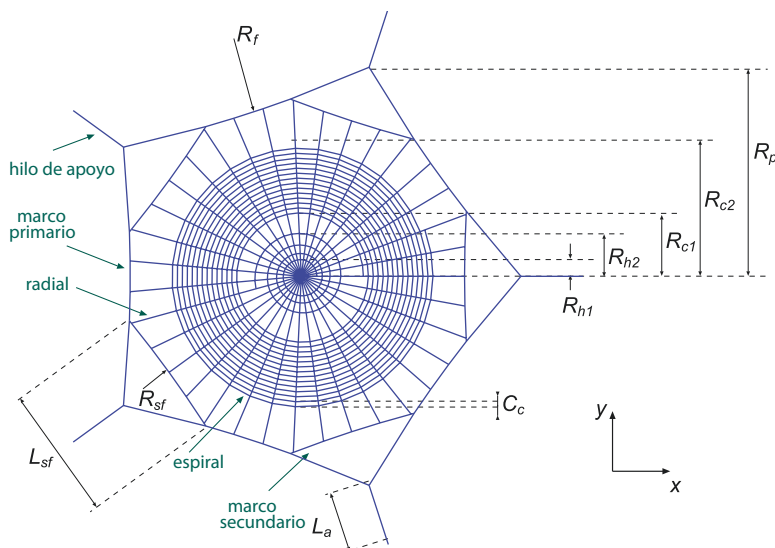


Figura 5.3. Geometría de referencia de una tela orbicular para el estudio de la influencia del marco secundario.

Partiendo de esta geometría de referencia, representada en la figura 5.3, se generaron telas con diferentes longitudes de marco secundario L_{sf} , escalando la longitud \hat{L}_{sf} de la geometría de referencia por un factor $\alpha_{sf} = L_{sf}/\hat{L}_{sf}$ y adoptando cinco valores diferentes $\alpha_{sf} = \{0; 0.6; 1.0; 1.4; 1.7\}$. Para cada una de estas geometrías se realizaron diez impactos, uniformemente distribuidos sobre la zona de captura, cada uno de ellos sobre la configuración inicial (sin deformar) de la tela (figura 5.4). El caso extremo $\alpha_{sf} = 1.7$ se corresponde con la longitud máxima posible del marco secundario, con extremos de hilos contiguos unidos en el punto medio del marco primario. Este caso, así

5.2 Métodos específicos para el presente estudio

como el opuesto $\alpha_{sf} = 0$ (ausencia de marco secundario), no son realistas. Sin embargo, proporcionan los resultados más valiosos para descubrir por qué las arañas utilizan longitudes intermedias, es decir, dejan una cierta distancia entre las conexiones contiguas al marco primario.

En otras palabras, los beneficios de utilizar una longitud intermedia se muestran a través del análisis de otras configuraciones potenciales que revelan un comportamiento estructural ineficiente o un gasto inútil de seda sin beneficio estructural aparente.

Parámetro	Variable	Valor
número de lados	\hat{N}_s	5
número de hilos radiales	\hat{N}_r	35
radio del polígono de marco primario	\hat{R}_p	141.4 mm
longitud de los hilos de apoyo	\hat{L}_a	40.0 mm
longitud de los hilos del marco secundario	\hat{L}_{sf}	86.6 mm
radio inicial de la espiral logarítmica	\hat{R}_{h1}	10 mm
radio final de la espiral logarítmica	\hat{R}_{h2}	30.0 mm
longitud de la espiral logarítmica	\hat{L}_h	400 mm
radio inicial de la espiral de captura	\hat{R}_{c1}	40.0 mm
radio final de la espiral de captura	\hat{R}_{c2}	92.0 mm
paso de la espiral de captura	\hat{C}_c	4.0 mm
diámetro de los hilos de apoyo	$\hat{\phi}_f$	5 μm
marco primario y secundario		
diámetro de los hilos radiales	$\hat{\phi}_r$	3.5 μm
diámetro de los hilos espirales	$\hat{\phi}_s$	2.3 μm

Tabla 5.1. Valores que definen la geometría de referencia (Figura 5.3), similar a la estudiada por Vollrath et al. [114].

5.2.2 Descripción de la carga de impacto y del criterio de fallo estructural

En el presente capítulo, la carga aplicada a la telaraña consiste en el impacto de una presa, si bien difiere del presentado en el capítulo anterior. En este caso, se aplicó a la esfera una velocidad impuesta y constante igual a $V = 2$ m/s durante toda la simulación. Este tipo de impacto no representa uno real, en el que la presa se frena como resultado del contacto con la tela. Sin embargo, permite garantizar que el proceso de deformación devendrá en el fallo de la tela y, por consiguiente, calcular la energía cinética que la tela es capaz de absorber hasta su rotura. Esto permitió medir: i) el esfuerzo alcanzado por cada hilo radial en el momento del fallo, y ii) el trabajo ejercido por la esfera rígida sobre la tela hasta el fallo, equivalente a la energía absorbida por la estructura de seda. La primera variable permite una evaluación de la distribución de la carga de impacto entre los diferentes hilos, mientras que la segunda representa la capacidad de la telaraña para detener la presa con una energía cinética dada.

5.2.3 Probabilidad de rotura como medida de la respuesta global de la telaraña bajo cargas de impacto

La adecuada evaluación de la respuesta estructural de la tela frente a impacto obliga a considerar cualquier posible punto de carga, dado que la presa podría ser interceptada, potencialmente, en cualquier punto dentro de la zona de captura [29]. Por ello se han estudiado, para cada geometría, 10 posiciones de impacto distribuidas sobre la mitad de uno de los cinco sectores de la telaraña (figura 5.4). Las simetrías que presenta la estructura permiten extrapolar los resultados obtenidos a impactos sobre el resto de la zona de captura, con el consiguiente ahorro

5.2 Métodos específicos para el presente estudio

en coste computacional. Cada uno de estos impactos ha de realizarse sobre la tela sin deformar y sin dañar, para evitar la influencia de cargas previas. En las simulaciones se considera que la estructura ha alcanzado la condición de fallo cuando uno de los hilos de resistencia (radial, marco o anclaje) alcanza la deformación de rotura. Alcanza esta deformación, el hilo se rompe y la estructura pierde su funcionalidad estructural.

Para cada punto de impacto puede medirse la energía de deformación en la tela E_f hasta el momento del fallo. Interpolando el valor de E_f para puntos de mismo sector y haciendo uso de las simetrías presentes en la tela, puede obtenerse una función $E_f(r, \theta)$ sobre todo el dominio definido por la zona de captura.

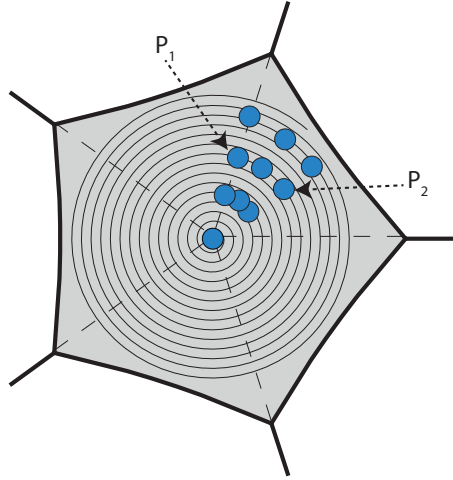


Figura 5.4. Representación de los 10 impactos realizados para cada valor de α_{sf} considerado.

La función $E_f(r, \theta)$ proporciona una valiosa información dado que permite determinar, para cada punto de impacto (r, θ) , la energía que la tela es capaz de absorber hasta fallo a través de su deformación. Adicionalmente, permite caracterizar el comportamiento estructural de la tela mediante un único parámetro escalar, que denominaremos

Efecto del marco secundario en el comportamiento estructural de las telas de araña

probabilidad de fallo por su analogía con la probabilidad de que la tela sufra un daño estructural grave al ser impactada por una presa cuya energía cinética sea E_{impacto} . Para obtener este parámetro definimos primero una *función de perforación* Λ que proporciona un valor unidad si la energía de impacto sobre un punto es igual o superior a la que provoca el fallo en el mismo punto, y un valor nulo en caso contrario.

$$\Lambda(E_{\text{impacto}}, r, \theta) = \begin{cases} 0, & E_{\text{impacto}} < E_f(r, \theta) \\ 1, & E_{\text{impacto}} \geq E_f(r, \theta) \end{cases} \quad (5.1)$$

Suponiendo que la probabilidad de impacto es igual en cualquier punto de la zona de captura, definiremos la probabilidad de fallo de la tela para un valor dado de energía como:

$$P(E_{\text{impacto}}) = \frac{1}{A_{\text{captura}}} \int_0^{R_{\text{captura}}} \int_0^{2\pi} \Lambda(E_{\text{impacto}}, r, \theta) r \, dr \, d\theta \quad (5.2)$$

donde R_{captura} y A_{captura} son, respectivamente, el radio externo y el área de la zona de captura.

5.3 Análisis de resultados

5.3.1 Distribución de tensiones en hilos radiales

A continuación se presentan y analizan los resultados obtenidos del estudio paramétrico descrito anteriormente, que ponen de manifiesto el beneficio de incluir hilos de marco secundario en las telarañas orbiculares y que permiten cuantificar éste beneficio.

La figura 5.5 muestra la distribución de las tensiones alcanzadas en cada hilo radial en el momento del fallo de la tela, para tres longitudes diferentes del marco secundario: $\alpha_{sf} = 0$ correspondiente a la ausencia de

marco secundario, $\alpha_{sf} = 1.0$ longitud de referencia y $\alpha_{sf} = 1.7$ longitud de marco secundario máxima. En este estudio se consideraron dos puntos de impacto P_1 y P_2 (figura 5.4): el primero incide sobre un hilo radial alineado con un hilo de apoyo y el segundo se encuentra alineado con la mediatriz del marco primario de uno de los 5 sectores en los que está dividida la tela. En ambos casos, la influencia de la longitud del marco secundario en el desempeño estructural es apreciable. Dejando a un lado los hilos radiales directamente en contacto con la esfera (hilos sometidos a la máxima tensión), en ausencia de marco secundario $\alpha_{sf} = 0$ la tensión se concentra en los hilos radiales alineados con los hilos de anclaje. Por el contrario, para la longitud máxima de marco secundario $\alpha_{sf} = 1.7$, la tensión se concentra en los hilos radiales alineados con la mediatriz del marco primario. Recordando un criterio comúnmente aceptado en mecánica estructural, los elementos que muestran una mayor rigidez soportan la parte principal de la carga. Por lo tanto, el análisis de la figura 5.5 sugiere que la longitud del marco secundario influye en la distribución de la rigidez entre los hilos radiales. La justificación de esta observación y sus profundas implicaciones en el rendimiento global de la tela bajo carga de impacto se explicará a continuación.

Durante la captura de la presa, la telaraña ha de transmitir las fuerzas de contacto desde el punto de impacto hacia los hilos de anclaje. Una manera eficiente de visualizar cómo la fuerza es transmitida desde su punto de aplicación hasta los anclajes es dibujando las trayectorias de carga, indicando cómo fluye la carga a través de los diferentes elementos. En estructuras de cables, tales como una telaraña, las trayectorias pueden representarse fácilmente trazando el espesor de los hilos proporcional a la intensidad de la fuerza transmitida. Un ejemplo representativo de este diagrama puede observarse en la figura 5.6, donde un cable horizontal apoyado en sus extremos A y E es traccionado hacia abajo simultáneamente por diferentes hilos concurrentes en D. Debido a la

Efecto del marco secundario en el comportamiento estructural de las telas de araña

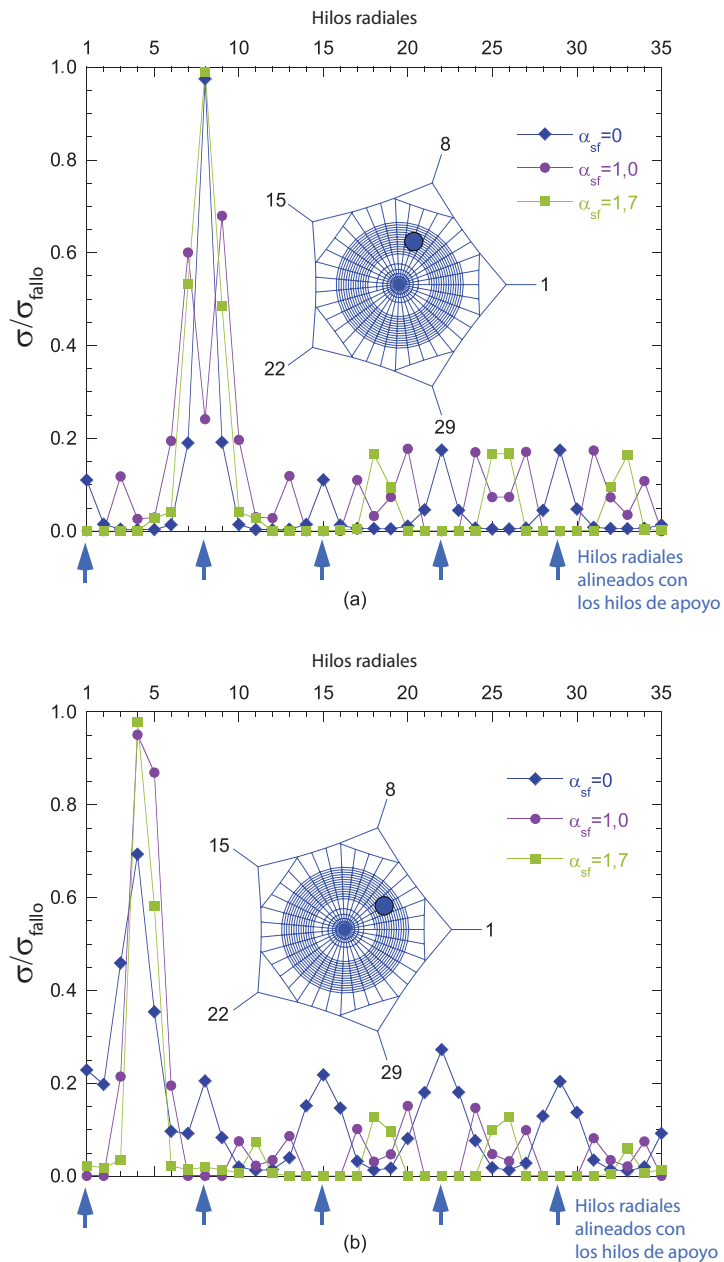


Figura 5.5. Distribución de tensiones en los hilos radiales en el momento del fallo, para tres longitudes de marco secundario $\alpha_{sf} = \{0; 1.0; 1.7\}$. (a) Impacto en un hilo radial alineado con uno de apoyo. (b) Impacto en un hilo radial alineado con el bisector del marco primario

flexibilidad del cable, cada unión entre los hilos y el cable se desplaza hacia el punto D. Sin embargo, las uniones cercanas a los extremos A y E del cable requieren una mayor carga de tracción para ser desplazados hacia abajo debido a su proximidad a los anclajes. Además, las uniones cercanas al punto medio B, muestran una mayor flexibilidad cuando son traccionadas hacia abajo. En consecuencia, la tensión soportada por cada hilo aumentará a medida que nos acerquemos a los puntos A o E. La respuesta de la estructura mostrada en la figura 5.6 no se verá alterada significativamente si los hilos centrales son eliminados, puesto que la carga se transmite fundamentalmente a través de los hilos más próximos a los anclajes, mientras que los hilos centrales soportarán solo una pequeña parte. Por lo tanto, el reparto de cargas no es óptimo.

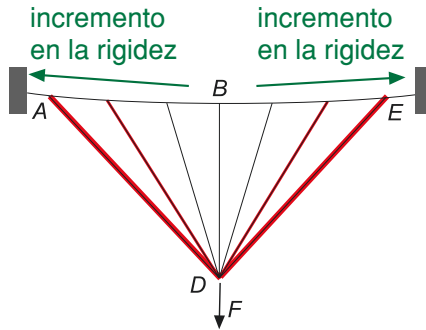


Figura 5.6. Representación de la distribución de rigideces en una estructura simplificada.

El análisis de la estructura representada en la figura 5.6 resulta de utilidad para la comprensión de los resultados mostrados en la figura 5.5, dada su similitud topológica con la disposición de los hilos radiales conectados a los segmentos del marco primario o secundario en una telaraña orbicular. En ausencia de marco secundario, $\alpha_{sf} = 0$, las uniones hilo radial-marco primario más rígidas son aquellas correspondientes a los hilos radiales conectados a los extremos de cada segmento del marco primario, por su proximidad a los hilos de anclaje. Por contra, las

Efecto del marco secundario en el comportamiento estructural de las telas de araña

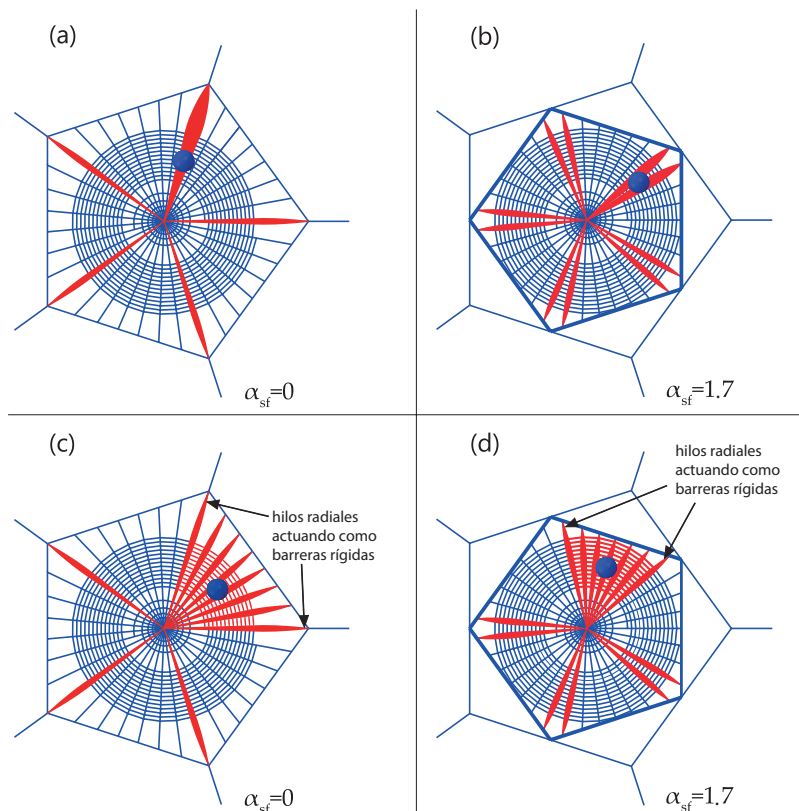


Figura 5.7. Caminos de carga para diferentes impactos, y para los casos extremos de longitud de marco secundario, $\alpha_{sf} = 0$ y $\alpha_{sf} = 1.7$ (a,b) impacto en los hilos más rígidos; (c,d) impacto en el bisector del marco primario o en el hilo radial más rígido. La carga es soportada principalmente por los hilos radiales más rígidos, o confinada en el sector limitado por éstos.

uniones cercanas al punto central del marco primario son más flexibles. En consecuencia, la tensión aumenta hacia los hilos alineados con los anclajes. Sin embargo, en la tela con la máxima longitud de marco secundario, $\alpha_{sf} = 1.7$, la distribución de tensiones se invierte: la tensión disminuye hacia los hilos radiales alineados con los anclajes, dado que la rigidez de la unión con el marco secundario aumenta en sentido contrario. Ambos casos extremos, $\alpha_{sf} = 0$ ó $\alpha_{sf} = 1.7$, presentan hilos radiales con

mayor probabilidad de ser dañados. En su lugar, una longitud intermedia del marco secundario ($\alpha_{sf} = 1.0$) equilibra la distribución de tensión entre los diferentes hilos radiales.

La figura 5.7 resulta de utilidad para comprender los resultados de la figura 5.5. En ausencia de marco secundario, $\alpha_{sf} = 0$ (figura 5.7a), las uniones hilo radial-marco primario más rígidas son aquellas correspondientes a los hilos radiales conectados a los extremos de cada segmento del marco primario, por su proximidad a los hilos de anclaje. Por contra, las uniones cercanas al punto central del marco primario son más flexibles (figura 5.7c). En consecuencia, la tensión aumenta hacia los hilos alineados con los anclajes. Sin embargo, en la tela con la máxima longitud de marco secundario, $\alpha_{sf} = 1.7$ (figura 5.7b y d), la distribución de tensiones se invierte: la tensión disminuye hacia los hilos radiales alineados con los anclajes, dado que la rigidez de la unión con el marco secundario aumenta en sentido inverso. Ambos casos extremos, $\alpha_{sf} = 0$ ó $\alpha_{sf} = 1.7$, presentan hilos radiales con mayor probabilidad de ser dañados. En su lugar, una longitud intermedia del marco secundario ($\alpha_{sf} = 1.0$) equilibra la distribución de tensión entre los diferentes hilos radiales. Estos resultados son dependientes del punto de impacto, si éste se produce lejos de los hilos radiales conectados a las uniones rígidas (figuras 5.7c y d), éstos actúan como una barrera que impide que la carga se distribuya a lo largo de toda la estructura. La tensión se localiza en el sector del impacto, donde los hilos espirales son más propensos a fallar. Otro inconveniente aparece ligado a la presencia de hilos radiales excesivamente rígidos: se reduce la flexibilidad de toda la tela y su deformación al producirse un impacto. Por lo tanto, la ventaja potencial de la disipación de energía por las fuerzas aerodinámicas [66, 114, 130], que puede jugar un papel crítico como se pudo ver en el capítulo 4, es en gran medida desperdiciada.

Efecto del marco secundario en el comportamiento estructural de las telas de araña

Además, debe observarse que la distribución de tensiones en hilos radiales en el momento del fallo, representada en la figura 5.5, es coherente con las observaciones realizadas por Cranford et al. [19]. La sinergia entre el material y la forma de las telas de araña orbiculares proporciona elementos de sacrificio como medio para evitar cargas potencialmente perjudiciales y reducir de manera general el daño estructural. Como puede verse en la figura 5.5, el efecto de la carga de la presa está localizado en los hilos radiales directamente afectados por el impacto independientemente del punto del impacto y de la longitud del marco secundario. Unos pocos hilos radiales soportan la carga mientras que los otros permanecen muy por debajo de la resistencia última de la seda. Esto conduce a un patrón de localización del fallo, permitiendo que la tela permanezca funcional. Sin embargo, funcional no significa que la capacidad de una tela impactada para detener una presa se mantenga en el mismo nivel. Cualquier degradación, ya sea debida a un campo de una deformación permanente o por la rotura completa de un hilo radial, hace que la tela pierda tensión y disminuya la capacidad de absorción de energía para futuros impactos. Por otra parte, incluso si las arañas son capaces de reparar de manera efectiva sus telas [108], esto conllevaría un gasto energético en el proceso de restauración. Por lo tanto, cualquier mejora en la distribución de tensiones en los hilos de seda que disminuya la probabilidad de fallo debería ser considerado como beneficioso. En este sentido, una longitud intermedia del marco secundario resultará en un mejor comportamiento frente a impacto de la tela sin un aumento aparente en el volumen de seda invertido.

5.3.2 Análisis energético y probabilidad de fallo

El análisis anterior sobre la distribución de tensiones entre los diferentes hilos se completa ahora con el siguiente centrado en evaluando energéticas, considerando la energía absorbida por la tela y la probabilidad de fallo

ante un impacto de energía dada. Como se verá a continuación, el presente análisis y el presentado anteriormente están estrechamente relacionados ya que la capacidad de la tela para disipar energía de un impacto (que puede afectar potencialmente a cualquier punto de la zona de captura) es una consecuencia directa de una distribución equilibrada de la rigidez entre los hilos radiales. La figura 5.8 muestra la distribución de la energía absorbida $E_f(r, \theta)$ en función del punto de impacto para tres posibles valores de $\alpha_{sf} = \{0; 1.0; 1.7\}$, lo que permite visualizar qué áreas tienen mayor capacidad para absorber la energía cinética de la presa. La comparación de las diferentes sub-figuras hace posible valorar el efecto de la variación de la longitud del marco secundario en la localización de estas áreas.

Debe hacerse hincapié en que la energía absorbida se calculó sometiendo a las telas a un estado de pretensión inicial, cuya presencia se ha constatado experimentalmente [123]. Los valores de energía obtenidos en ausencia de pretensión fueron ligeramente superiores, sugiriendo que ésta tiene un efecto negativo en la absorción de energía, dado que la carga externa producirá un incremento de la tensión en los hilos sobre un valor basal no nulo. Sin embargo, la pretensión es necesaria para la transmisión de información sensorial a la araña a través de la vibración de los hilos [78].

En primer lugar, centrándonos en los dos casos extremos $\alpha_{sf} = 0$ y 1.7, se observan dos perfiles de energía opuestos. En el primer caso, correspondiente a $\alpha_{sf} = 0$ (figura 5.8a), la tela ofrece una mínima absorción de energía si es impactada a lo largo de los hilos radiales alineados con los anclajes. Como se ha comentado anteriormente, la probabilidad de que estos hilos fallen es mayor debido que están unidos a puntos rígidos. En contraste, si la presa impacta en un hilo radial lejos de los anclajes, la tela ofrece una mayor absorción de energía. Por lo tanto, en ausencia de marco secundario, la respuesta estructural depende

Efecto del marco secundario en el comportamiento estructural de las telas de araña

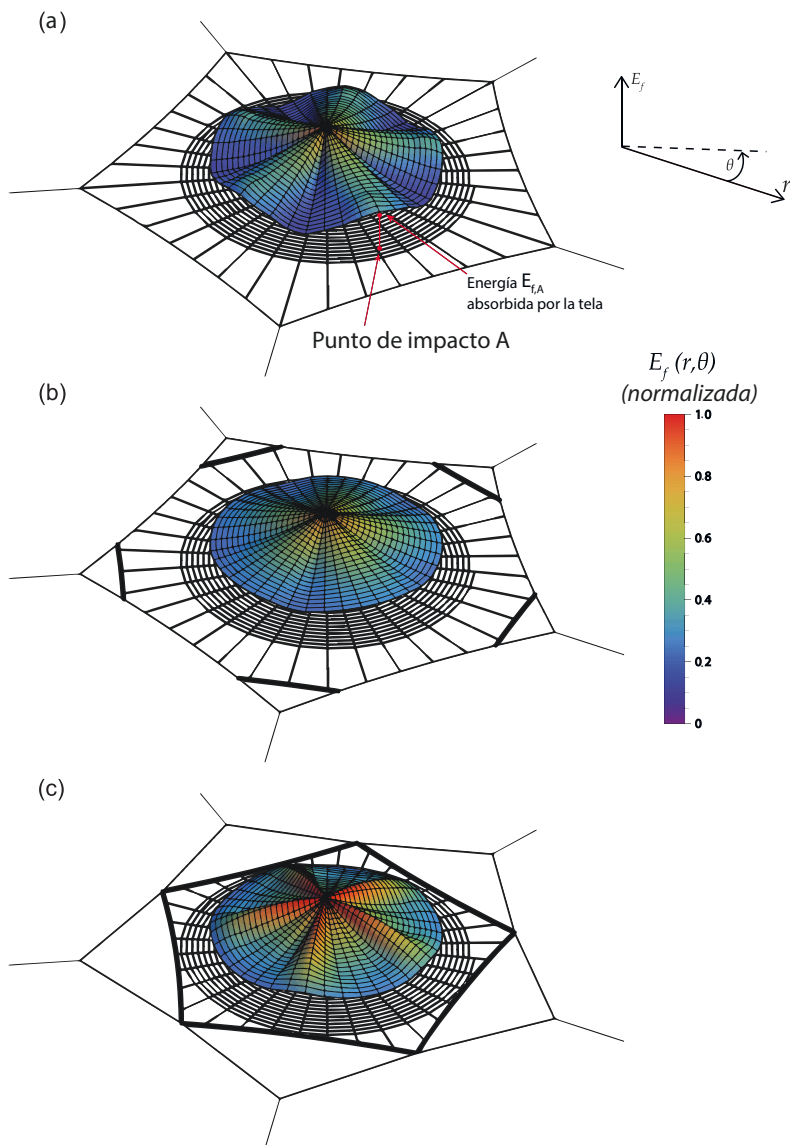


Figura 5.8. Trabajo ejercido por la presa (equivalente a la energía absorbida por la tela) hasta la rotura, en función del punto de impacto. La zona de captura es considerada para un potencial impacto. La superficie continua de energía se determinó por interpolación de los valores obtenidos correspondientes a los 10 impactos mostrados en la figura 5.4 y aplicación de simetrías. (a) $\alpha_{sf} = 0$. (b) $\alpha_{sf} = 1.0$. (c) $\alpha_{sf} = 1.7$. Los valores han sido normalizados con el valor máximo de energía para el caso de referencia $\alpha_{sf} = 1.0$ ($E_{f|r=0} = 1.37$ mJ).

fuertemente del punto de impacto. Asimismo, el valor medio de la energía es menor que el de las figuras 5.8 (tabla 5.2).

Ahora nos centramos en el perfil correspondiente a la máxima longitud de marco secundario $\alpha_{sf} = 1.7$ (figura 5.8c). En este caso, la posición de las zonas que ofrecen la máxima capacidad de absorción de energía se invierte respecto del caso anterior, situándose en los hilos alineados con los anclajes. Ahora estos hilos están unidos a puntos flexibles, mientras que los hilos radiales próximos a la mediatriz del marco primario presentan uniones perimetrales más rígidas, lo que conduce a una menor capacidad de disipación de energía. Comparando los valores de energía con los obtenidos para $\alpha_{sf} = 0$, el promedio es mayor (tabla 5.2), mostrando en todo caso los efectos beneficiosos de utilizar un marco secundario. Sin embargo, persisten grandes diferencias entre los máximos y mínimos en la superficie de energía.

Valor α_{sf}	Promedio energía (mJ)
0.0	0.55
0.6	0.65
1.0	0.67
1.4	0.76
1.7	0.75

Tabla 5.2. Valores promedio de la energía de rotura para los diferentes valores de α_{sf} considerados.

La figura 5.8b presenta la superficie de energía para un valor intermedio $\alpha_{sf} = 1.0$. Se observa una mayor uniformidad en la distribución espacial, tal y como se observó en la distribución de tensiones radiales. Este análisis ha de complementarse con una medida cuantitativa de la respuesta global de la tela, para evaluar su capacidad de absorber la energía de la presa sin sufrir daños. Asumiendo que cualquier punto de

Efecto del marco secundario en el comportamiento estructural de las telas de araña

la zona de captura tiene la misma probabilidad de ser impactado por un insecto, y utilizando la ecuación (5.2), podemos calcular como cambia, en función de la longitud del marco secundario, la probabilidad de fallo de la tela para un determinado valor de energía cinética de la presa. La figura 5.9 muestra los resultados para las cinco longitudes de marco secundario consideradas en el análisis. La tela sin marco secundario ($\alpha_{sf} = 0$) muestra la mayor probabilidad de fallar para una determinada energía de impacto. Tan pronto como se añade el hilo de marco secundario ($\alpha_{sf} = 0.6$) la mejora es notable, poniendo de manifiesto, una vez más, la importancia de este hilo y los beneficios derivados de aumentar su longitud.

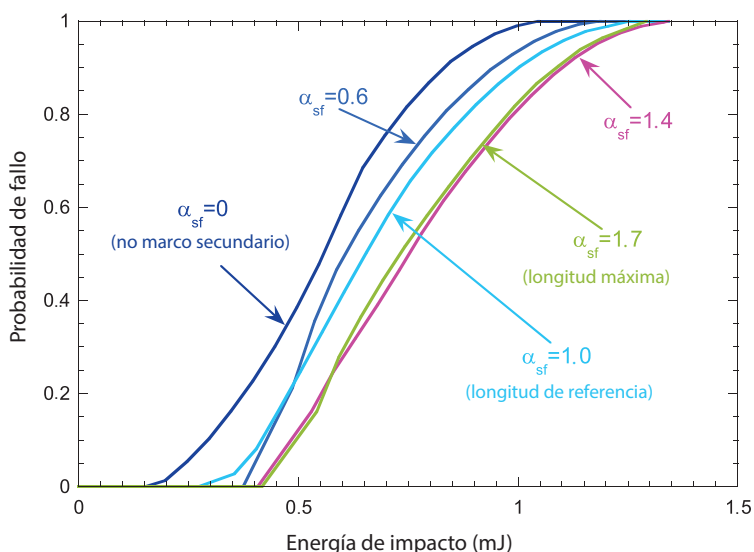


Figura 5.9. Probabilidad de fallo de la tela frente energía de impacto para diferentes longitudes del marco secundario.

La probabilidad de fallo a igualdad de energía de impacto se incrementa hasta longitudes mayores ($\alpha_{sf} = 1.4$). Sin embargo, hilos de marco secundario excesivamente largos ($\alpha_{sf} = 1.7$) no resultan en un beneficio adicional ya que, como se ha indicado anteriormente, algunos

hilos radiales empiezan a mostrar un comportamiento excesivamente rígido. Por otra parte, examinando los costes de producción, encontramos que las telas con un mayor marco secundario tienen un gasto extra de seda: el volumen invertido en la telaraña orbicular aumenta aproximadamente un 6% desde $\alpha_{sf} = 0$ hasta $\alpha_{sf} = 1.7$. Por lo tanto, más allá de una cierta longitud, no es ventajoso para la araña tejer telas con mayores segmentos de marco secundario, ya que los beneficios estructurales no son apreciables y, adicionalmente, disminuye la zona de captura. La observación de telas orbiculares reales proporciona evidencias de que las arañas sistemáticamente evitan conectar hilos radiales con hilos de anclaje interponiendo un hilo de marco secundario, pero los extremos de estos hilos no se colocan nunca muy cerca uno del otro.

5.4 Conclusiones

En la fase inicial de la construcción de una tela orbicular, cuando los hilos de anclaje, de marco y radiales son dispuestos, la araña no sigue un patrón de comportamiento fijo [30, 133]. Por el contrario, ésta reacciona de manera flexible para adaptarse a un entorno altamente variable. Esto significa que la araña coloca, mueve y retira hilos hasta producir un proto-centro con unos pocos hilos proto-radiales. Posteriormente, algunos segmentos de estos hilos radiales iniciales pasan a formar parte del marco primario o de los hilos de anclaje. Por lo tanto, la colocación de los primeros hilos no sigue un orden claro de precedencia. El comportamiento de la telaraña como estructura resistente se define por su topología final, es decir, la forma en que los hilos de seda están conectados entre sí, y queda definido una vez que todos los elementos de seda producida por la glándula ampulácea mayor (radiales, marco y anclajes) han sido fijadas. Y ahí es donde surge la importancia del proceso de construcción: la araña evita conectar hilos radiales demasiado cerca de los anclajes para

Efecto del marco secundario en el comportamiento estructural de las telas de araña

alcanzar una distribución uniforme de rigidez, que de lo contrario llevaría a fallo prematuro. El marco secundario asegura una solución altamente eficiente a un bajo coste de seda, sin necesidad de curvar hilos radiales ni de ampliar la distancia entre hilos radiales adyacentes a los hilos de apoyo.

Existe una fuerte tendencia en la naturaleza para hacer un uso eficiente de los recursos finitos; el ahorro energético permite a un organismo asignar mayor energía a las tareas de reproducción. De acuerdo con este estudio, el uso del marco secundario, una característica de las telarañas orbiculares a la que comúnmente se ha restado interés, permite a la araña alcanzar una mayor eficiencia estructural.

El trabajo descrito en el presente capítulo se ha publicado en el artículo: A. Soler and R. Zaera. (2016). The secondary frame in spider orb webs: the detail that makes the difference. *Scientific reports*, 6, 31265, 2016.

6

Influencia de la pretensión y de las propiedades mecánicas de la seda en la propagación de las ondas en las telas de araña

6.1 Introducción

Las telas orbiculares son trampas bidimensionales diseñadas para capturar presas y transmitir información sensorial a la araña, cuyas patas son extremadamente sensibles a las vibraciones [33, 66, 74], lo que les permite utilizar como fuente de información las perturbaciones provenientes de la tela [5, 64]. Las vibraciones pueden proceder no sólo de fuentes ambientales como el viento [73], sino también de fuentes biológicas como las presas, compañeros potenciales e incluso depredadores [106]. Así, los hilos estructurales proporcionan información relevante para la captura de presas o el cortejo [103, 71, 115].

Las perturbaciones en la tela de araña se propagan a través de su elemento básico, el hilo, en forma de ondas transversales y longitudinales [74]. En la onda transversal, las partículas oscilan perpendicularmente al eje del hilo y al plano de la tela, y la velocidad de esta onda está gobernada por la tensión y la densidad del hilo [70]. La tensión del hilo radial es cuidadosamente controlada por las arañas durante la construcción de la tela [78, 27, 123]. Así mismo, la araña puede alterar la tensión en estos hilos una vez construida la tela, en respuesta a los cambios en

Influencia de la pretensión y de las propiedades mecánicas de la seda en la propagación de las ondas en las telas de araña

las condiciones ambientales e incluso debido a la presencia de presas [121, 31]. En la onda longitudinal las partículas oscilan, por el contrario, en la dirección del eje del hilo, y su velocidad de propagación se rige por la densidad y el módulo de Young del material [70]. Para el control de este tipo de onda, la araña puede modificar el módulo de Young de los hilos radiales realizados con seda ampulácea mayor durante el hilado y posterior proceso [68, 118]. Además, la propagación de las ondas en la tela puede verse afectada por el fenómeno de la supercontracción, por el cual una fibra de seda sin tensión se contrae hasta el 50% cuando se expone al agua, y que modifica notablemente el módulo de Young hasta valores inferiores al 50% de su valor inicial [39, 69].

Estudios previos sobre la propagación de ondas en las telas orbiculares han demostrado que las ondas transversales muestran mayor grado de atenuación que las ondas longitudinales [74, 61, 73]. Además, las características de los diferentes tipos de ondas producidas por presas potenciales de las arañas han sido ampliamente documentadas [74, 73, 61, 75]. Sin embargo, existe escasa información sobre los factores que pueden afectar a la propagación de las ondas a través de la tela. En particular, ésta puede verse alterada de manera activa cuando la araña modifica la pretensión o el módulo de Young durante el tejido de los hilos, o de manera pasiva debido a fenómenos externos (supercontracción). En este capítulo se estudiará la influencia de estos efectos en la propagación de ondas en la telaraña, así como sus consecuencias biológicas en la evolución de las arañas. El estudio se centrará en las ondas transversales y longitudinales. Para ello se han empleado metodologías tanto experimentales, que han permitido analizar la propagación de ondas transversales, como de simulación numérica, que han permitido profundizar en el análisis relativo a ondas transversales y extenderlo así mismo a ondas longitudinales.

Tanto en los capítulos anteriores como en trabajos de otros autores publicados en la literatura científica, se ha demostrado que el modelado mecánico proporciona una valiosa metodología para estudiar en detalle el comportamiento estructural de las telas y que ha permitido evidenciar aspectos específicos de la respuesta de la tela bajo condiciones de carga cuasi-estática [18, 13, 65, 3, 104] y frente a impacto [130, 56, 1, 2, 17]. Sin embargo, el potencial de los modelos para el estudio de la propagación de ondas en las telarañas ha sido en gran parte inexplorado. El modelo de elementos finitos que se presenta en este capítulo, utilizado para el análisis dinámico no lineal de telas orbiculares de la especie *Araneus diadematus*, considera: (i) una simulación detallada de la arquitectura real de la tela, (ii) las propiedades de la seda, (iii) los campos de pretensión, y (iv) las fuerzas de resistencia aerodinámica. Este modelo ha permitido reproducir en detalle la transmisión, a lo largo de los hilos de seda, de un pulso de duración finita.

El análisis de los resultados del modelo y de los resultados experimentales obtenidos se centra en el efecto de la pretensión y de la rigidez de los hilos, factores claves en la propagación de ondas en las telarañas. Además, se ha investigado el papel de la supercontracción, al modificar ésta tanto la pretensión como el módulo de Young de la seda. El estudio ha permitido extraer conclusiones sobre el diseño natural de las telas orbiculares como sistemas multifuncionales que desempeñan funciones tanto estructurales como sensoriales. El control de las propiedades de la tela, por parte de la araña sugiere que la evolución puede explotar las leyes físicas para lograr funciones biológicas.

El presente trabajo surge de la colaboración con el Oxford Silk Group de la Universidad de Oxford, durante de la estancia de investigación realizada por el autor de la tesis en el último trimestre del año 2015. Las mediciones experimentales utilizadas en este estudio fueron realizadas

Influencia de la pretensión y de las propiedades mecánicas de la seda en la propagación de las ondas en las telas de araña

por la Dra. Beth Mortimer en el laboratorio del mencionado grupo de investigación.

6.2 Métodos

6.2.1 Metodología experimental

La técnica experimental ha sido desarrollada con objeto de obtener la respuesta dinámica en distintos puntos de diferentes telas construidas por arañas de la especie *Araneus diadematus* sometidas a una excitación en dirección transversal. Las arañas se recogieron en la ciudad de Oxford y se mantuvieron en condiciones de laboratorio (aproximadamente 20°C, 40% de humedad relativa y un ciclo de 16 horas de luz y 8 de oscuridad). En el presente estudio se utilizaron tres especímenes de arañas, que tuvieron que tejer al menos dos telas antes de que la siguiente se usara para cualquier medición. Las arañas, fueron manipuladas cumpliendo con la legislación del Reino Unido relativa a evaluación de riesgos de laboratorio. Se utilizó una tela por espécimen, y cada una de ellas fue fotografiada y digitalizada para crear un fiel modelo de su arquitectura, que incorpora las geometrías de la espiral de captura, hilos radiales e hilos de anclaje.

En los ensayos experimentales se midió la velocidad transversal en un punto cercano al centro de la tela y representativo de la posición de la pata de una araña, de ahora en adelante *punto de medición*, producido por la aplicación de un pulso transversal en diferentes puntos a lo largo de los hilos radiales, de ahora en adelante *puntos de excitación*. Dado que el objetivo del estudio es medir únicamente la respuesta de la tela, las arañas fueron retiradas de ésta durante los ensayos experimentales.

El pulso aplicado, mostrado en la figura 6.1 fue producido por un solenoide que se situó, ortogonal al plano de la tela, sobre los hilos radiales.

Este pulso fue aplicado sucesivamente sobre tres o cuatro puntos de un mismo hilo radial, a distintas distancias del centro, repitiendo el proceso sobre siete u ocho hilos diferentes para cada tela (figura 6.2). En cada punto de excitación se aplicó el mismo pulso cinco veces, dejando al menos tres minutos entre pulsos a fin de que la tela tuviese tiempo para volver a un estado de equilibrio. La vibración de la tela se midió usando un vibrómetro láser Doppler (Polytec PSV-400), orientando el haz ortogonalmente a la tela, permitiendo así la medición de las ondas transversales. El punto de enfoque de este láser permaneció fijo sobre el punto de medición durante todos los ensayos. Se utilizó un segundo vibrómetro (Polytec PDV-100) para registrar el movimiento del solenoide, lo que permitió medir el tiempo transcurrido entre el inicio de la excitación y la llegada de la onda al punto de medición. Este segundo vibrómetro registró el movimiento del solenoide una sola vez por cada punto de excitación utilizado en la tela. Ambos vibrómetros se accionaron desde la entrada de tensión eléctrica del solenoide. Por lo tanto, para cada punto de excitación considerado, se recogieron cinco historias velocidad-tiempo en el punto de medición, y una historia velocidad-tiempo en el punto de excitación.

Los datos experimentales de velocidad-tiempo recogidos en el punto de medición se limitaron a 22 ms, tiempo suficiente para que la onda se propagara desde el punto de excitación al punto de medición, y posteriormente se integraron en el tiempo para obtener las historias de desplazamiento-tiempo. En cuanto a los puntos de excitación se promediaron todas las historias temporales de desplazamiento producidas por el solenoide, obteniéndose una amplitud máxima media en estos puntos de $171 \pm 15 \mu\text{m}$. Este desplazamiento es cuatro veces mayor que los desplazamientos transversales producidos por las presas reales cuando forcejean en la tela al ser capturadas [75]; sin embargo, el uso de desplazamientos más pequeños hubiera proporcionado señales

Influencia de la pretensión y de las propiedades mecánicas de la seda en la propagación de las ondas en las telas de araña

con amplitudes cercanas a la resolución de los equipos de medida experimental.

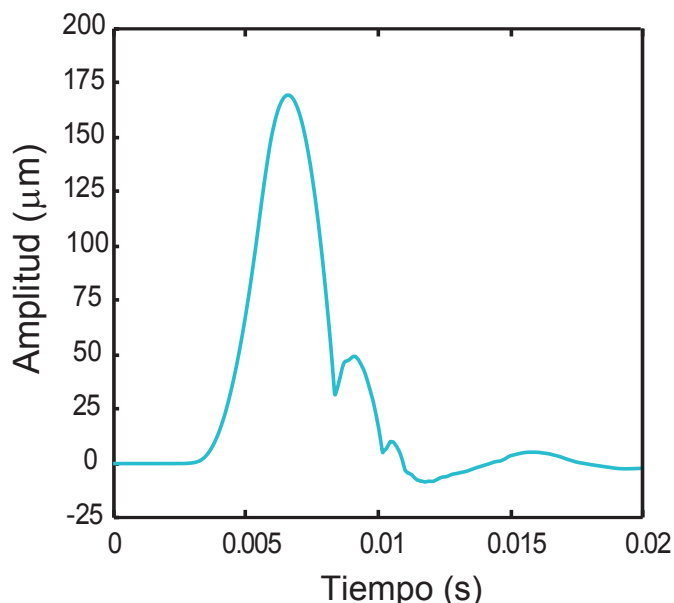


Figura 6.1. Historia temporal del desplazamiento utilizado en los modelos numéricos para simular el movimiento impuesto por el solenoide.

En cualquier caso, puede considerarse que ambos regímenes de comportamiento son análogos (pequeños desplazamientos y comportamiento lineal de la seda). Debido a que la tela muestra una vibración de base, y a fin de obtener el desplazamiento relativo entre esta vibración y la debida a la onda de excitación, se restó al desplazamiento total del punto de medición, el desplazamiento medio de la vibración de base medido durante los primeros 1.5 ms. Este tiempo es inferior al que requiere la onda transversal para propagarse desde el solenoide hasta el centro de la tela. Para determinar el instante en el que la perturbación transversal comienza a afectar la posición del punto de excitación o de medición, se definió el *tiempo de inicio* como aquel en el que cinco o más puntos de la curva desplazamiento-tiempo superaban

el triple de la desviación estándar de los desplazamientos entre 0 y 1.5 ms. La distancia entre punto de excitación y punto de medición se obtuvo utilizando el software ImageJ (National Instruments). Se calculó el tiempo de propagación de la onda transversal restando el tiempo de inicio del punto de excitación del tiempo de inicio del punto de medición. Finalmente, la velocidad media de la onda transversal se calculó dividiendo esta distancia el tiempo de propagación. Los valores de velocidad cuyo coeficiente de varianza superó el 150% se descartaron.

La atenuación de la onda transversal se obtuvo para cada hilo transversal ensayado, y representa la variación de amplitud máxima del desplazamiento por unidad de distancia recorrida. Su cálculo se realizó de la siguiente forma: Dado un hilo radial con cuatro puntos de excitación P_1 a P_4 a distancias crecientes respecto del centro de la tela d_1 a d_4 , en los que la respectivas amplitudes máximas del punto transversal son A_1 y A_4 . Para la relación de amplitudes entre dos puntos, medido en dB, se toma como referencia A_1 . Así

$$\nu_i = \log_{10} \frac{A_1}{A_i} \quad i = 2, 3, 4 \quad (6.1)$$

Esta relación entre amplitudes máximas se representa frente a la distancia entre la pareja de puntos considerada

$$\delta_i = d_i - d_1 \quad (6.2)$$

y la atenuación, medida en dB/cm, viene dada por la pendiente de la recta de regresión lineal que ajusta las parejas de puntos (δ_i, ν_i) .

Conviene señalar que la atenuación pudo calcularse satisfactoriamente en 13 de los 22 hilos radiales sobre los que se tomaron medidas experimentales.

6.2.2 Modelo de elementos finitos

A continuación se describen los aspectos metodológicos relativos al modelado y específicos del presente análisis. Los aspectos generales se han detallado en el capítulo 3.

Los modelos de elementos finitos se crearon utilizando el código comercial Abaqus 6.14-2. Las arquitecturas de las telas tejidas por la especie *Araneus diadematus* fueron replicadas a partir de las correspondientes fotografías (figuras 6.2 y 6.3), respetando dimensiones, número de radios e hilos espirales. El centro de la tela se simplificó para evitar elementos demasiado pequeños que disminuyeran significativamente el intervalo de tiempo de integración que garantiza la estabilidad. Los grados de libertad en los extremos periféricos de los hilos de anclaje se restringieron para evitar su desplazamiento. Debido a la pequeña amplitud del pulso aplicado sobre la tela, y a los reducidos valores de desplazamiento alcanzados, calculados mediante el modelo de elementos finitos (los hilos radiales presentaron en todo momento deformaciones inferiores al 1%), se consideró apropiado asumir un comportamiento elástico y lineal de la seda. El módulo de Young para los casos de referencia y el utilizado para el estudio del efecto de la supercontracción se obtuvieron de la literatura (tabla 6.1) [69, 35, 58]. La resistencia aerodinámica se introdujo siguiendo la metodología propuesta en el capítulo 3.

Hilo	Diámetro (μm)	Módulo de Young seda nativa (GPa)	Módulo de Young seda supercontraída (GPa)
Espiral	2.3	0.06	0.06
Radial	3.5	11	4
Marco y anclaje	5	11	4

Tabla 6.1. Propiedades mecánicas y diámetros de las diferentes sedas modeladas. Valores obtenidos de la bibliografía [69, 35, 58].

Dada la importancia del nivel de tensión en la velocidad de propagación de las ondas transversales, se introdujo un campo de pretensión en las telas. La simulación numérica se realizó en dos etapas: (1) se dio tiempo a la tela para alcanzar el equilibrio mecánico después de imponer un campo de pretensión inicial. En este paso inicial, el modelo de elemento descrito en el capítulo 3 se utilizó para ajustar la pretensión de los hilos radiales de forma iterativa hasta alcanzar los valores iniciales deseados, que incluyeron un gradiente de pretensión del mismo orden de magnitud a los registrados para las telas reales [123]. (2) De forma análoga al procedimiento seguido en los ensayos experimentales, se simuló la aplicación de un pulso sobre nodos coincidentes en posición con cada punto excitado con el solenoide (círculos blancos en la figura 6.2). La simulación de cada pulso partió, para cada caso de excitación, de la misma configuración de referencia, la obtenida tras la etapa (1). El pulso transversal que se introdujo fue el mismo para todas las simulaciones y se corresponde con un valor representativo del registro desplazamiento-tiempo medido para el movimiento de referencia del solenoide (figura 6.1). Finalmente, se evaluó el desplazamiento transversal en un nodo situado en el punto de medición (punto rojo en la figura 6.2). A fin de identificar la importancia de la pretensión en la propagación de ondas en telas de arañas se realizaron tres modelos para cada tela: (i) pretensión de referencia, (ii) pretensión de valor doble al de referencia, y (iii) pretensión de referencia prescindiendo en el modelo de los hilos de la espiral de captura y de los situados en el centro de la tela.

Conviene indicar que, después de alcanzar el equilibrio de tensiones en la tela, se observó que el pretensado variaba entre los diferentes hilos radiales de una misma tela, así como entre las diferentes telas, lo que sugiere que la topología de la tela (figuras 6.2 y 6.3) influye en los patrones de pretensión resultantes. Las tensiones alcanzadas en los modelos durante la fase de pretensión resultaron lo suficientemente

Influencia de la pretensión y de las propiedades mecánicas de la seda en la propagación de las ondas en las telas de araña

pequeñas como para permanecer dentro de la región elástica, dado que la máxima pretensión observada hilos radiales fue de 100 MPa.

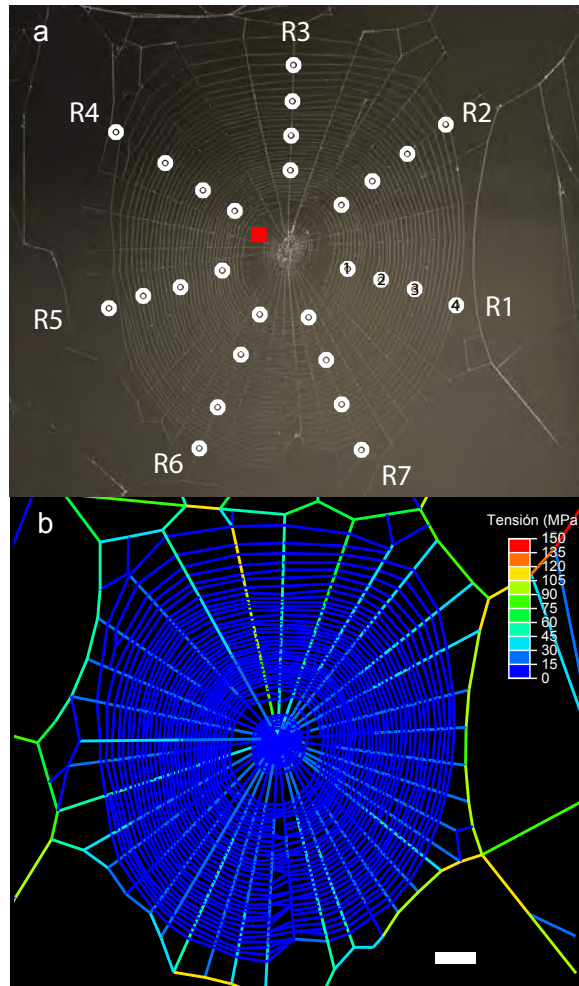


Figura 6.2. Telaraña de una *Araneus diadematus*. (a) Fotografía de la tela número uno. El pulso se aplicó en diferentes zonas de la tela (círculos blancos). La respuesta de la tela fue medida en todos los casos en el mismo punto (cuadrado rojo). (b) Modelo de tela real número uno. La escala de colores muestra el nivel de pretensión presente en la tela. La barra blanca corresponde a una longitud de 20 mm.

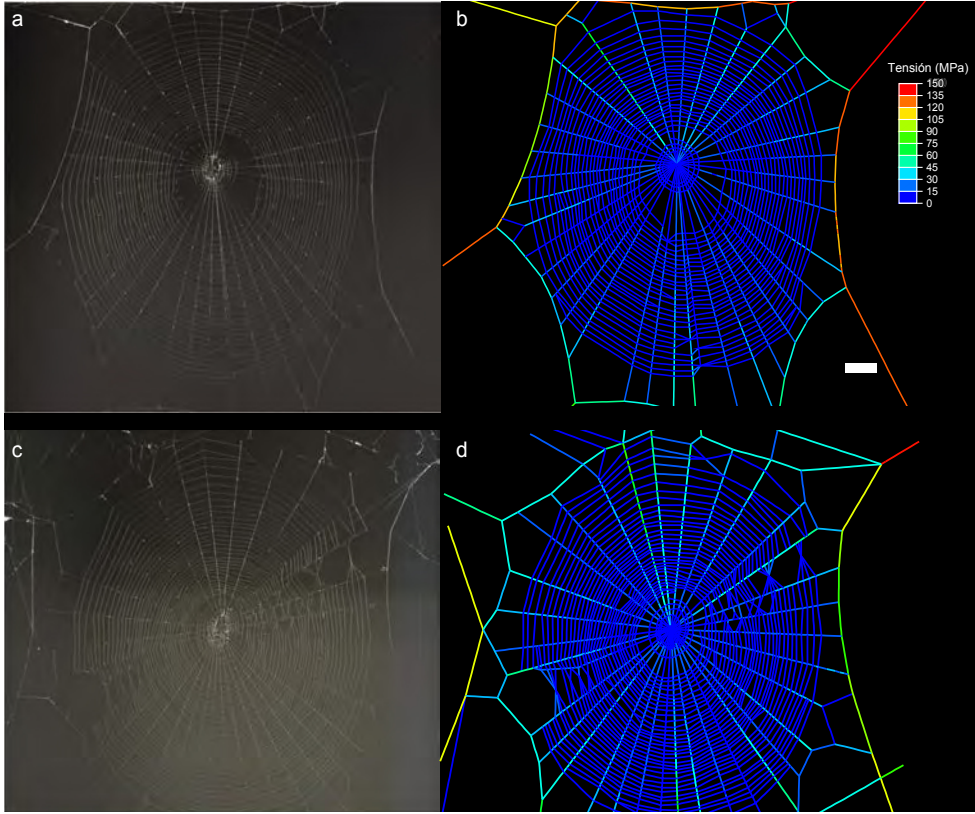


Figura 6.3. (a, c) Fotografías de las telas número dos y tres. (b, d) Modelos de ambas telas. La escala de colores muestra el nivel de pretensión. La barra blanca corresponde a una longitud de 20 mm.

Los resultados obtenidos de los modelos numéricos, análogos a los descritos para los ensayos experimentales, fueron: historia temporal de desplazamientos en el punto de medición y tiempo de propagación. Para este último no fue necesario considerar el movimiento de base de la tela dado que el modelo proporciona desplazamientos nulos hasta la llegada de la perturbación.

La comparación de las velocidades de propagación de las ondas transversales obtenidas a partir de los ensayos experimentales y de las simulaciones numéricas proporciona información, indirectamente, sobre

Influencia de la pretensión y de las propiedades mecánicas de la seda en la propagación de las ondas en las telas de araña

las diferencias entre los valores de pretensión de hilos radiales en telas reales y modeladas, dada la relación entre esta velocidad y la tensión en el hilo a través de la expresión $\sigma = \rho C_T^2$. Asumiendo que la pretensión es constante entre el punto de excitación y el de medición, se obtuvieron, a partir de las medidas experimentales, valores de pretensión media máxima de 29, 46 y 40 MPa en las telas 1, 2 y 3 respectivamente. Estos tres valores son ligeramente superiores a los alcanzados en los modelos correspondientes con la pretensión de referencia (figuras 6.2 y 6.3). En todo caso, las anteriores comparaciones permiten refrendar la validez del algoritmo que conduce al estado de pretensión en el modelo de la tela.

Las amplitudes de desplazamiento máxima y mínima resultaron menores en las telas reales que en los modelos numéricos (tabla 6.2), si bien se utilizó el mismo pulso de excitación en ambos ensayos. Este hecho puede deberse a una mayor disipación de energía en los ensayos experimentales (viscosidad de la seda, fricción en las uniones entre hilos radiales y espirales). Por otro lado, la excitación aplicada en los modelos numéricos (figura 6.2) impone un desplazamiento tanto hacia delante como hacia atrás, mientras que en los ensayos experimentales el solenoide no devolvió activamente el hilo hacia su posición de equilibrio. En cuanto a las atenuaciones de las ondas transversales, calculadas a partir de los resultados numéricos y experimentales son comparables (tabla 6.2).

Los resultados experimentales y numéricos cuya metodología de obtención acaba de mostrarse, permitirán poner de manifiesto la importancia de combinar ambas técnicas para obtener una visión más completa de los efectos que afectan a la propagación de ondas en telas de araña.

6.3 Análisis de resultados

La presentación de los resultados y la discusión subsiguiente se dividen en tres secciones. En la primera se analiza, utilizando resultados numéricos, la propagación de las ondas longitudinales y transversales, la influencia de la amplitud del pulso de excitación y de la rigidez de la seda. En la segunda sección se analiza, combinando resultados experimentales y numéricos, el papel de la pretensión en la respuesta de las telas de araña frente a un pulso transversal. En la última sección se estudian las relaciones entre la pretensión, la rigidez de la seda y los mecanismos de control utilizados por la araña para ajustar estas características en su propio beneficio.

6.3.1 Influencia de la amplitud del pulso de excitación y de la rigidez de la seda en la propagación de ondas longitudinales y transversales

Los resultados presentados en esta sección se obtuvieron empleando simulaciones numéricas. La influencia de la amplitud del pulso de excitación y de la rigidez de la seda en la propagación de ondas se analiza en relación tanto con ondas longitudinales como transversales.

La figura 6.4 muestra los perfiles de desplazamiento en dirección transversal y radial en un sector angular adyacente al punto de excitación, transcurridos 7 ms desde el inicio de la aplicación del pulso. En este caso, la dirección del desplazamiento impuesto forma 60° con respecto al plano de la tela. La componente en dicho plano está orientada dirección radial, con objeto de amplificar los desplazamientos ligados a la propagación de la onda longitudinal, y hacia la periferia. Para la componente transversal (figura 6.4a), la máxima amplitud del desplazamiento se localiza en el

Influencia de la pretensión y de las propiedades mecánicas de la seda en la propagación de las ondas en las telas de araña

punto de excitación, y disminuye notablemente en dirección radial, como se corresponde con el perfil característico de este tipo de ondas [70]. Este efecto se ve además acentuado por la fuerza aerodinámica, que se opone al desplazamiento del hilo y reduce por tanto su amplitud. Puede también observarse cómo la onda moviliza también, a través de los hilos espirales, el hilo radial adyacente, con lo que la propagación de la onda transversal afecta a los hilos cercanos. En cuanto a la onda longitudinal (figura 6.4b), la propagación a lo largo del hilo radial excitado se produce sin apenas atenuación, en ambos sentidos. El hilo radial adyacente sufre también una perturbación, pero la amplitud del desplazamiento longitudinal es notablemente inferior en comparación con la observada para la onda transversal. La onda longitudinal contiene así una mayor información direccional, en coincidencia con observaciones de otros autores [74, 61, 73], lo que las hace más útiles para determinar la dirección de la fuente de vibración. Sin embargo, esta característica puede suponer un inconveniente si la araña no está apoyada directamente sobre el hilo radial excitado, dado que la amplitud del desplazamiento ligado a la onda longitudinal decae rápidamente en dirección circunferencial. La onda transversal, por contra, puede resultar más fiable para detectar presas, pues es capaz de movilizar mayor número de hilos aumentando así la probabilidad de ser detectada por alguna de las extremidades de la araña.

Para estudiar la influencia de la amplitud de la excitación en la respuesta de la tela se aplicaron pulsos de distinta amplitud en dirección perpendicular a la tela, multiplicando el pulso de referencia (figura 6.1) por los factores 1, 10 y 20. La figura 6.5 muestra la historia temporal de desplazamientos transversales y longitudinales en el punto de medición, para las tres amplitudes de excitación. Como es esperable, el aumento de la amplitud de excitación se traduce en un aumento tanto de la amplitud del desplazamiento ligado tanto a la onda transversal como a

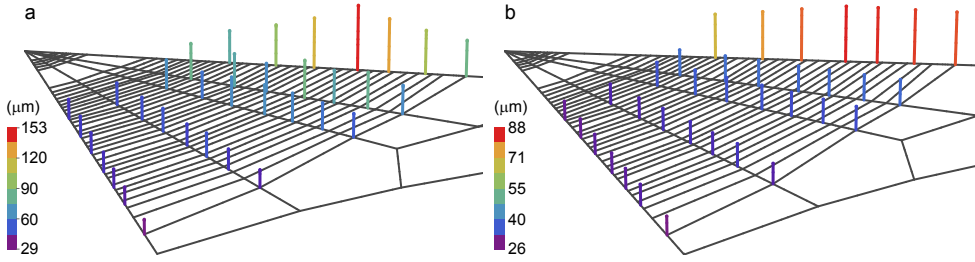


Figura 6.4. Perfil de desplazamientos en un sector angular de la tela, para excitación formando 60° con respecto al plano de la tela (componente de la excitación en dicho plano orientada en dirección radial), transcurridos 7 ms desde el inicio de la aplicación del pulso. (a) Ondas transversales; (b) ondas longitudinales. La altura de las barras verticales es proporcional al valor del desplazamiento, de acuerdo con el código de colores de la leyenda. Tela n°1, excitación en el punto 3 del hilo R1.

la longitudinal. Esta variación es lineal para la transversal, y cuadrática para la longitudinal (figura 6.6). En consecuencia, para el pulso de menor amplitud, el desplazamiento longitudinal en el punto de medición es imperceptible, no así el transversal, como puede observarse en la figura 6.6. Así, a través de este comportamiento diferencial, la tela actuaría como filtro para las perturbaciones de pequeña amplitud con menos probabilidades de contener información biológica relevante (por ejemplo, el contacto con pequeñas partículas) [75]. La relación no lineal entre la amplitud del pulso de excitación y la amplitud de la onda longitudinal en el punto de medición indica que esta perturbación es más sensible a los cambios de tamaño de las presas que impactan en la tela. En cualquier caso, amplitudes elevadas podrían conducir a una mayor atenuación de la onda a medida que los hilos radiales sufrieran deformaciones plásticas. Resultados experimentales publicados por otros autores sugieren que el efecto de la disipación interna de la seda es capaz de amortiguar las vibraciones hasta en 50% cuando las tensiones exceden la región elástica [40, 91].

Influencia de la pretensión y de las propiedades mecánicas de la seda en la propagación de las ondas en las telas de araña

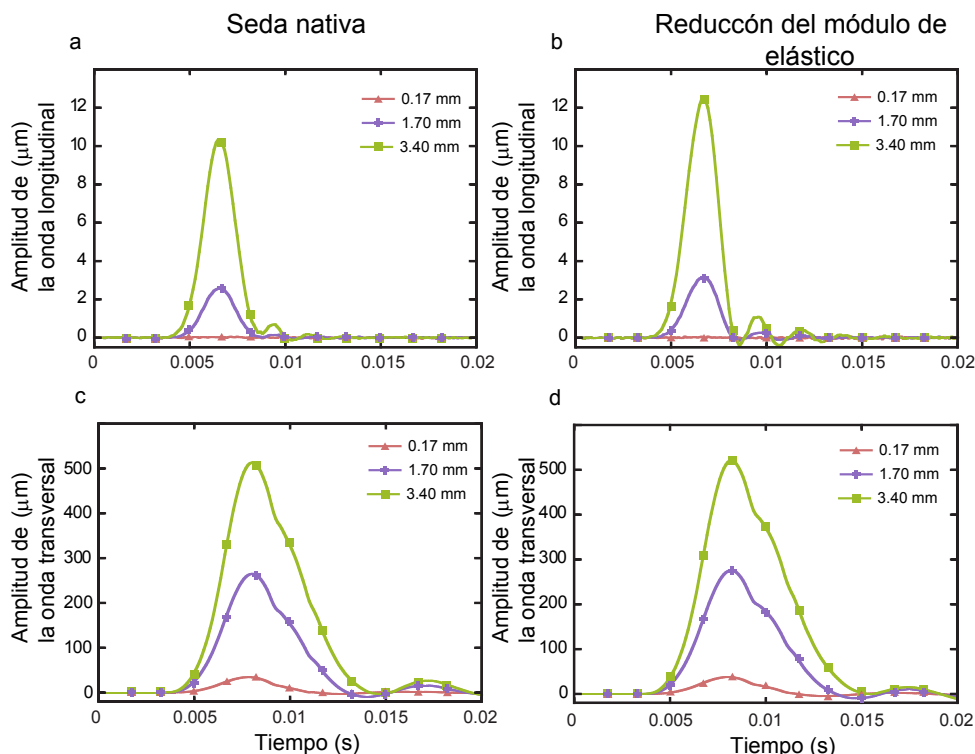


Figura 6.5. Historia temporal de desplazamientos transversales y longitudinales en el punto de medición, para tres amplitudes máximas de excitación diferentes: 0.17 mm, 1.70 mm y 3.40 mm. (a,b) Ondas longitudinales y (c,d) Ondas transversales. Figuras (a) y (c): Módulo de Young de la seda ampulácea mayor: 11 GPa, valor para seda nativa [35]; figuras (b) y (d) módulo de Young de la seda ampulácea mayor: 4 GPa, tras supercontracción [69]. Tela n°1, hilo R1, punto 4.

Para el estudio de la influencia de la rigidez de la seda producida por la glándula ampulácea mayor se realizaron simulaciones con dos valores diferentes del módulo de Young: 11 GPa, correspondiente a la seda nativa [35], y 4 GPa. Este último módulo reducido se encuentra en el rango de valores observados para este tipo de seda cuando se alcanza la máxima supercontracción. La pretensión, la densidad de la seda y el diámetro de los hilos se mantuvo constante en ambos modelos. Los resultados de las

6.3 Análisis de resultados

simulaciones no mostraron diferencias en la amplitud del desplazamiento correspondiente a la onda transversal (figura 6.5), en coherencia con el hecho de que esta onda no depende de la rigidez del hilo. Las ondas longitudinales, por el contrario, mostraron un aumento en la amplitud del desplazamiento de hasta un 30% para el hilo de menor rigidez (figura 6.5). Así pues, un hilo radial más flexible incrementaría la percepción, por parte de la araña, de las perturbaciones longitudinales. En definitiva, la modificación del módulo de Young del hilo no afecta a la propagación de la onda transversal pero sí a la de la onda longitudinal, modificando en este último caso tanto la amplitud como el tiempo necesario para que la perturbación alcance el punto de medición y, por tanto, la potencial respuesta de la araña. Conviene destacar que la atenuación debida a la resistencia aerodinámica tampoco se ve afectada por variaciones en la rigidez del hilo, dado que este efecto está ligado exclusivamente a los desplazamientos transversales de la tela.

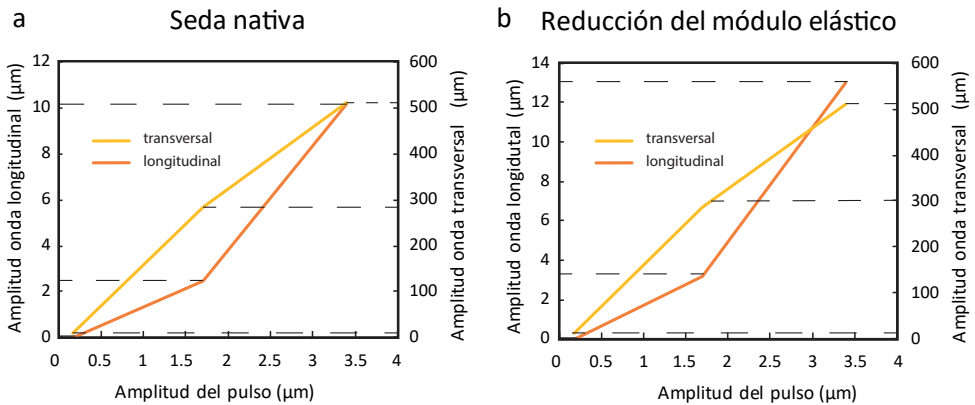


Figura 6.6. Relación entre la amplitud máxima de excitación y la amplitud máxima en el punto de medición para las ondas transversales y longitudinales. (a) Módulo de Young de la seda ampulácea mayor: 11 GPa, valor para seda nativa [35]; (b) módulo de Young de la seda ampulácea mayor: 4 GPa, tras supercontracción [69]. Tela nº1, hilo R1, punto 4.

6.3.2 Efecto de la pretensión en la amplitud de las ondas transversales

En la figura 6.7 se muestra la historia temporal del desplazamiento transversal en el punto de medición de la tela nº 1 como respuesta al pulso de excitación de referencia aplicado en el hilo radial R1 y a diferentes distancias del punto de medición. Junto con los resultados experimentales se muestran los obtenidos mediante el modelo numérico, en el que se consideraron tres condiciones de pretensión diferentes con objeto de evaluar su influencia: (i) valores de pretensión obtenidos de la literatura (pretensión de referencia), (ii) valores de pretensión dobles a los de referencia, y (iii) valores de pretensión constantes a lo largo de los hilos radiales, condición obtenida eliminando los hilos espirales. Este tercer supuesto permite evaluar la influencia de los hilos espirales en el comportamiento de la tela. Por una parte, la presencia de estos hilos impone un gradiente de pretensión en los hilos radiales, que aumenta hacia la periferia en función de la densidad de los primeros, su tensión y el ángulo que forman dos segmentos consecutivos. Por otra parte, las uniones entre hilos espirales y radiales establecen un camino para que la perturbación aplicada en el punto de excitación pueda transmitirse no solamente en dirección radial sino también en dirección circunferencial. Así pues, la eliminación de los hilos espirales impone un valor constante de pretensión en los hilos radiales, y debe eliminar el carácter bidimensional en la propagación de la onda transversal.

Como puede observarse en la figura 6.7, el descenso en el desplazamiento medido experimentalmente (posterior al valor máximo) es más prolongado que el observado en los resultados de las simulaciones. Esta diferencia en la respuesta se debe a que la excitación aplicada en los modelos numéricos impone un desplazamiento tanto hacia delante como hacia atrás, mientras que, en los ensayos experimentales, el solenoide no devuelve activamente el hilo a su posición de referencia. Por otra parte,

las curvas experimentales muestran, en comparación con las numéricas, un menor valor de la amplitud. Como se comentó anteriormente, este hecho responde a una mayor disipación de energía en los ensayos experimentales debido a efectos viscosos no considerados en el modelo. Así mismo, los desplazamientos correspondientes a los modelos con espiral de captura resultaron en todos los casos superiores a los obtenidos en ausencia de la espiral de captura; la medida del trabajo ejercido sobre la tela con espiral durante la aplicación del pulso resultó, en promedio, el doble que en los casos sin espiral debido a su mayor rigidez transversal, lo que explica las diferencias observadas.

En la tabla 6.2 se comparan los valores máximos y mínimos de la velocidad, amplitud y atenuación de la onda transversal para las tres telas. En los modelos sin espiral de captura se observó una menor disminución de la amplitud con la distancia al centro de la tela, lo cual se traduce en una menor atenuación máxima y mínima en comparación con el resto de modelos. Así pues, los modelos con espiral de captura muestran mayores valores de atenuación en dirección radial, como consecuencia del carácter bidimensional de la propagación de las ondas transversales en telas en presencia de hilos orientados en dirección circunferencial. Masters [73], en un estudio experimental realizado en telas de la especie *Nephila*, observó una relación entre la densidad de hilos espirales y la disminución en la amplitud de la onda transversal. La transferencia de la energía de la onda desde hilos radiales hacia hilos espirales, en su propagación hacia el centro de la tela, es la principal causa de la atenuación de la amplitud. En consonancia con estos resultados obtenidos sobre telas reales, los niveles de atenuación calculados mediante simulación numérica resultó notablemente inferior en los modelos sin espiral de captura (tabla 6.2).

Influencia de la pretensión y de las propiedades mecánicas de la seda en la propagación de las ondas en las telas de araña

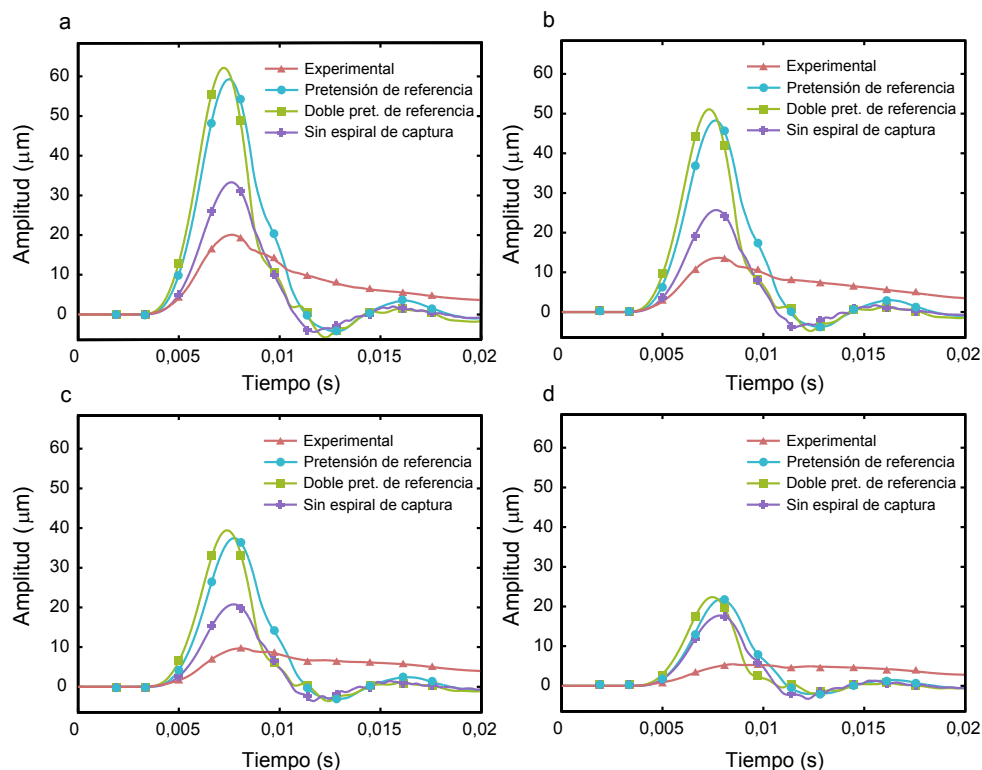


Figura 6.7. Historia temporal de desplazamientos transversales (valores experimentales y numéricos) en el punto de medición para cuatro puntos de excitación situados sobre el hilo radial opuesto al de medición, a las siguientes distancias desde el punto de medición: (a) 34 mm, (b) 47 mm, (c) 64 mm y (d) 95 mm. Los correspondientes valores de atenuación son -1.68 , -1.47 , -1.53 y -0.64 dB cm $^{-1}$, respectivamente. Tela n $^{\circ}$ 1 y puntos de excitación sobre el hilo R1.

En cuanto al modelo con pretensión doble a la de referencia, se observó un desplazamiento de amplitud superior en promedio a la obtenida con el modelo de referencia, con un nivel de atenuación similar (tabla 6.2). A diferencia del caso sin espiral de captura, el trabajo ejercido sobre la tela durante la aplicación del pulso no cambió significativamente al duplicar la pretensión con respecto al valor de referencia, lo que indica que las diferencias entre amplitudes están motivadas esencialmente por

6.3 Análisis de resultados

Tela	Experimental/ Modelo	Modelo	N	Velocidad máxima (m s^{-1})	Velocidad mínima (m s^{-1})	N	Amplitud mínima (μm)	Amplitud máxima (μm)	N	Atenuación máximo (dB cm^{-1})	Atenuación mínimo (dB cm^{-1})
1	Experimental		26	146.7	35.3	27	20.8	1.3	6	-2.75	-0.79
1	Modelo	Referencia	27	74.6	32.5	27	60.5	17.4	7	-1.47	-0.76
1	Modelo	Doble pre-tensión	27	102.4	39.1	27	62.2	18.7	7	-1.53	-0.85
1	Modelo	Sin espiral captura	27	67.8	32.5	27	33.3	7.6	2	-0.64	-0.51
2	Experimental		28	185.5	31	31	32.4	1	4	-3.12	-1.76
2	Modelo	Referencia	31	64.1	27.5	31	51.1	18.2	8	-1.13	-0.61
2	Modelo	Doble pre-tensión	31	86.5	30.6	31	59.2	20.7	8	-1.09	-0.59
2	Modelo	Sin espiral captura	31	63.6	25.6	31	38.4	7.6	1		-0.42
3	Experimental		23	173	46.8	27	21.7	2.1	3	-2.5	-0.86
3	Modelo	Referencia	27	99.3	53.4	27	50.1	11.2	7	-1.45	-0.8
3	Modelo	Doble pre-tensión	27	131.6	69.2	27	58.1	12.8	7	-1.5	-0.86
3	Modelo	Sin espiral captura	27	94	34.9	27	29.3	8.3	2	-1	-0.56

Tabla 6.2. Resultados experimentales y numéricos de la respuesta de la onda transversal. Se muestran valores máximos y mínimos de velocidad de propagación, amplitud y atenuación de la onda. **N** indica el número de pulsos aplicados en cada tela. Los datos experimentales que no permitieron el cálculo del amortiguamiento no fueron incluidos.

el aumento de pretensión. Estos datos apoyan la afirmación de que una mayor pretensión aumenta la sensibilidad de la tela para monitorizar las vibraciones [31]; de hecho, se ha demostrado que mayores niveles de pretensión en la tela ayuda a las arañas a detectar presas más pequeñas [121]. Los resultados anteriores muestran la influencia que la espiral de captura tiene tanto en la amplitud como en la atenuación de la onda, a través del nivel de pretensión del hilo radial y de la propagación bidimensional en la tela. Esta observación resulta relevante, dado que las características de los hilos espirales son controladas por las arañas durante la construcción de la telas [33]. En todo caso, conviene señalar que un

Influencia de la pretensión y de las propiedades mecánicas de la seda en la propagación de las ondas en las telas de araña

aumento en el nivel de pretensión, si bien puede resultar beneficioso para la función sensorial de la tela, presenta inconvenientes a efectos resistentes ya que hilos ven reducida su capacidad de absorción de energía ante eventuales impactos [31], tal y como se concluyó en el capítulo 5 (ver 5.3.2). Por otra parte, la geometría de la tela afecta también el campo de pretensión, como constata el hecho de que el mismo algoritmo de pretensión resultó en diferentes valores en cada una de las tres telas analizadas. El estado tensional de los hilos en equilibrio está ciertamente condicionado por sus orientaciones relativas en los puntos de unión y, por tanto, por la topología de la tela. En cualquier caso, no existen evidencias de que la araña modifique la topología de la tela para generar un campo específico de pretensión.

Además de los aspectos geométricos de la tela y de las características de los hilos espirales, comentados en esta sección, el efecto de la supercontracción en la seda ampulácea mayor puede constituir un mecanismo adicional para controlar la pretensión en los hilos radiales, como se comentará a continuación.

6.3.3 Relevancia biológica de la supercontracción y su efecto en la propagación de las ondas

En las secciones anteriores se ha analizado el efecto, sobre la propagación de las ondas en telas orbiculares, de las propiedades mecánicas y de la pretensión. Tanto unas como otras vienen determinadas por el proceso de construcción de la tela, cuando la araña fabrica la seda, establece las conexiones entre los hilos y los pretensa. No obstante, el nivel de tensión puede variar notablemente durante la vida en servicio de la tela debido al efecto de la supercontracción. Cuando un hilo de seda experimenta este efecto debido a la hidratación del hilo, se produce una disminución de la longitud, un aumento del diámetro y una disminución del módulo de Young [39, 69, 125]. En el caso de la seda ampulácea mayor de

la araña *Araneus diadematus*, la supercontracción puede producir un descenso en el módulo de Young próximo al 65% [69], acompañado de una retracción de hasta el 50% [69, 125]. Estudios en este campo han demostrado que cuando se produce contracción en hilos con el desplazamiento de sus extremos impedidos, aparece una tensión en el hilo, o *tensión de supercontracción* que puede llegar a valores del orden de 50 MPa [11, 41, 95].

Algunos autores sugieren que este efecto actúa como un mecanismo que evita que las telas pierdan su pretensión debido a la aparición de deformaciones no recuperables y, por tanto, su capacidad para guiar ondas transversales [125, 41, 14, 126]. El nivel de supercontracción que es posible alcanzar en un hilo de seda ampulácea mayor depende, entre otros factores, del valor de la tensión en el hilo. La supercontracción no tiene lugar cuando los valores de tensión son superiores a 140 MPa [39, 15], por lo que ésta afectará principalmente a los hilos con menor tensiones. Así, este efecto permite recuperar la pretensión tras un impacto, cuando las tensiones alcanzadas en hilos radiales han producido deformaciones permanentes y, con ello, la pérdida de la capacidad de guiado de ondas transversales [97]. La supercontracción contribuye a que el hilo recupere un cierto nivel de pretensión y su funcionalidad como transmisor de información.

Por último, conviene considerar si la supercontracción, además, podría ser utilizada por la araña como mecanismo de control para equilibrar funciones mecánicas y sensoriales. Las arañas pueden controlar el nivel de supercontracción presente en los hilos de seda de dos maneras. En primer lugar (y como se ha comentado anteriormente), el máximo nivel de supercontracción en un hilo está determinado por la tensión de éste, llegando a anularse este efecto para tensiones superiores a 140 MPa [39, 15]. Por tanto, la araña podría tener en cuenta este aspecto durante la construcción de las telas. En segundo lugar, los hilos de seda de

Influencia de la pretensión y de las propiedades mecánicas de la seda en la propagación de las ondas en las telas de araña

la glándula ampulácea mayor son habitualmente cotejados con seda de la glándula ampulácea menor, que no está sujeta a supercontracción. Estudios previos han demostrado que los hilos de seda ampulácea menor que son tejidos sobre un mismo hilo junto a seda ampulácea mayor, presentan una longitud hasta un 5% mayor que la de éstos [126]. Esto puede dar lugar a cuestionarse si las arañas pueden tejer hilos con diferentes proporciones de seda ampulácea mayor/menor para controlar el nivel de supercontracción alcanzado. En cualquier caso, la interrelación entre ambos tipos de seda y su efecto en la magnitud de la supercontracción es una cuestión abierta.

Así mismo, las arañas pueden manipular los hilos que han sufrido supercontracción para controlar su longitud, pretensión y módulo de Young [78, 15, 42]. Esta conducta ha sido observada en ejemplares de la especie *Octonoba sybotides*, actuando sobre hilos radiales próximos al centro de la tela [121]. El tratamiento de hilos por parte de la araña incrementa la pretensión en hilos, modificando la propagación de las ondas transversales, así como su módulo de Young, modificando la propagación de las ondas longitudinales.

La hipótesis formulada sobre el papel de la supercontracción en la funcionalidad de la tela orbicular queda soportada por las observaciones anteriormente señaladas. No obstante, el uso práctico de la supercontracción, por parte de la araña, como mecanismo de control requiere de estudios adicionales, dado que este efecto está condicionado por otros factores tales como las condiciones meteorológicas y la degradación de la tela, a través de cambios en la humedad y la tensión en los hilos

6.4 Conclusiones

Las telas de orbiculares son estructuras multifuncionales que necesitan equilibrar el rendimiento mecánico y la transferencia de información para asegurar que las arañas puedan atrapar presas, aparearse y evitar depredadores. Asimismo, la seda de la glándula ampulácea mayor es intrínsecamente multifuncional, ya que actúa para absorber energía durante el impacto en la tela [66, 97], para transmitir vibraciones a la araña [74, 78] y además sufre los efectos de la supercontracción que modifican tanto el módulo de Young de la seda como su longitud y diámetro [125]. Los datos aquí presentados muestran que la espiral de captura también tiene múltiples funciones; no sólo actúa para retener a la presa el tiempo suficiente para ser alcanzada por la araña, sino que también es un elemento de la topología de la tela que afecta directamente a la propagación de las ondas transversales de la pretensión. Pretensión y rigidez del hilo controlan la velocidad y la amplitud de las ondas transversales y longitudinales [78], que proporcionan información relevante a la araña. Trabajos previos en esta temática han sugerido que la amplitud relativa de las onda transversal y longitudinal proporciona información sobre la identidad de la fuente de vibración (por ejemplo, el tamaño de la presa) y la distancia al centro [61]. Además, la tela actúa también de filtro para las ondas longitudinales cuando las perturbaciones son pequeñas, y de las ondas transversales cuando la pretensión es reducida. Por otra parte, la pretensión y el módulo de Young también afectan al comportamiento estructural. Dado que ambos factores pueden ser controlados (en cierto grado) por la araña, ésta debe buscar un compromiso que le permita satisfacer los requisitos de la función resistente y de la función sensorial. La figura 6.8 permite resumir las relaciones establecidas en el presente estudio entre mecanismos de

Influencia de la pretensión y de las propiedades mecánicas de la seda en la propagación de las ondas en las telas de araña

control, propiedades mecánicas y propiedades del sonido en la función biológica de la araña.

Las arañas, a diferencia de otros animales, son capaces de moldear su entorno mediante la fabricación de sus propios materiales e integrarlos en estructuras altamente adaptadas. Así, las arañas modifican su comportamiento y ajustan las propiedades de las seda, alterando potencialmente su fenotipo extendido, es decir, la expresión de los genes fuera de su organismo, con objetivos multifuncionales.

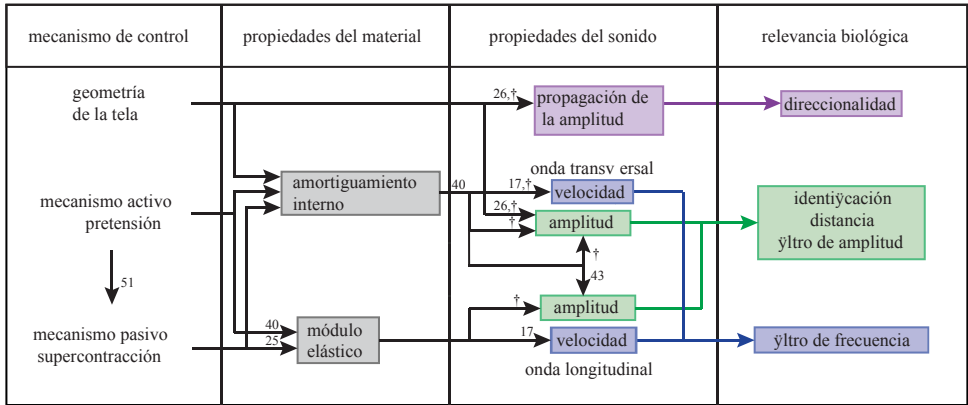


Figura 6.8. Relación entre mecanismos de control, propiedades de la seda y su relevancia biológica. Cada enlace está referenciado por datos experimentales publicados, con número de referencia. Los enlaces evidenciados en esta sección capítulo se indican con el símbolo †.

El trabajo descrito en el presente capítulo se ha publicado en el artículo: B. Mortimer, A. Soler, C. Siviour, R. Zaera and F. Vollrath. Tuning the instrument: sonic properties in the spider’s web. *Journal of The Royal Society Interface*, 13(122), 20160341, 2016.

7

Conclusions and future work

7.1 Conclusions

The present doctoral thesis studies the relation between the structural typology and the biological function in spider orbicular webs. In the previous chapters, partial conclusions have been established, which will be highlighted in this final chapter.

The first chapters of this document stressed the interest of the scientific community in studying spiders and their silks. Moreover, different reasons have been highlighted for revisiting previous analyses, and for posing new questions that were not previously considered. Using a methodological approach based on Solid Mechanics, different analyses have been developed, in order to uncover the relation between geometry or mechanical properties and performance of the web submitted to prey impact and wind, which challenge the structural strength, and vibrations, used by the spider to identify the position of the excitation source.

For the development of the models, particular attention has been paid to consider the most relevant effects playing a role in the dynamic response of spider orb-webs. Two constitutive models for the silk have been implemented, which allow to capture the nonlinear response of the web at large deformations; one of them considers the phase change taking

Conclusions and future work

place upon deformation of the silk. Furthermore, a new methodology to evaluate the aerodynamic forces have been proposed, including the effect of the diameter so far neglected in previous works. The prestress in the silk threads has been also included, developing an algorithm which allows to achieve a minimum level of prestress in irregular structures without needing to know in advance the equilibrium state. All these mentioned aspects were implemented in a user “truss” element subroutine for the finite element commercial code Abaqus. Finally, Python scripts were written in order to automatically pre- and post-process the simulations performed in this thesis. Regarding the different analyses developed in this work to uncover the relations between structural typology and biological function, the following conclusions may be drawn:

- In the first analysis, the influence of the aerodynamic force in the structural performance of the spider orb web was evaluated. Keeping the total silk volume constant, it was uncovered why under impact load spiders found better performance when creating larger and denser webs with thinner threads, taking advantage of the aerodynamic force. And, conversely, why under wind loading condition spiders found advantage in constructing smaller and less dense webs with thinner threads, owing to the reduced area exposed to the wind. All these aspects are in agreement with the experimental observations made by previous authors.
- The second analysis evaluated the influence of the secondary frame in the performance of orb webs under impact loads. The parametric analysis, developed with a finite element model, showed how adding this silk thread to the web, the probability of failure significantly decreases. Moreover, this beneficial effect increases with increasing length until a certain limit, where no additional advantages were found, which clarifies some aspects of the web topology. The secondary frame, an element whose importance has been generally

overlooked, ensures a highly efficient structural solution at a low silk cost.

- Finally, the relationship between mechanical properties of the silk, prestress and wave propagation in the orb web was studied. It was found how amplitude and wave speed propagation are influenced by these characteristics. Lastly, the supercontraction effect of the major ampullate silk was related to the prestress and Young's modulus in order to provide new insights in the function of this barely known effect.

The three analyses developed in this doctoral thesis have shown that orb webs are multifunctional structures, where every single aspect has no unique mission and whose characteristics make them able to adapt to the environment during its life cycle. Spider orb webs might be an inspiration for structures where the design must adapt to external factors, finding a balance among the different functional requirements.

7.2 Future work

This research opens the door to further research opportunities, to keep improving our knowledge in the relations between structural typology and biological function in spider orb-webs. Among all the different possibilities for future works, the following are the most immediate:

- The development of a more reliable constitutive model for the silk accounting for strain-rate dependencies. This must be addressed firstly by improving the knowledge of the response of silk at high strain rates through experimental analysis.
- A global validation of the modelling tool used to simulate the response of the web under impact load would allow to find potential

pathways for its improvement. Performing impact tests on real webs, monitored with high-speed cameras, would permit to measure the deformation of the structure and the rate at which the web dissipates the prey energy.

- Damage and permanent deformation in webs suffering multiple impacts modifies their performance as a prey trap and as a vibration sensor. Nonetheless, the damage tolerance of orb webs, an aspect directly connected to the technique used by the spider to repair the structure, is still open and requires further examination.
- The majority of orb-web spiders rely on web vibration stimuli for eco-localization. Simulation models provide a useful tool to study the influence of web geometry and mechanical characteristics in the performance of the web as a wave guide, and to uncover the codes used by the spider to decipher the position and type of the excitation source. This topic is being explored in cooperation with Prof. Antonino Morassi (University of Udine), and several papers have been already published in scientific journals.

7.3 List of publications

The list of publications in scientific journals indexed in the Journal Citation Report (JCR), in which the author of the present thesis has been involved, is reported below.

Scientific Publications

- A. Soler and R. Zaera. The secondary frame in spider orb webs: the detail that makes the difference. *Scientific reports*, 6, 31265, 2016.

7.3 List of publications

- B. Mortimer, A. Soler., C. R. Siviour, R. Zaera and F. Vollrath. Tuning the instrument: sonic properties in the spider's web. *Journal of The Royal Society Interface*, 13(122), 20160341, 2016.
- R. Zaera., A. Soler and J. Teus. Uncovering changes in spider orb-web topology owing to aerodynamic effects. *Journal of the Royal Society Interface*, 11(98), 20140484, 2014.

Furthermore, the author has collaborated in two other publications with Prof. Antonino Morassi (University of Udine) related to the topic of the thesis and listed below:

- A. Morassi, A. Soler and R. Zaera. A proposal for a membrane model for the small deformations of a spider orb-web. *Procedia Engineering*, 199, 212-217, 2017.
- A. Morassi, A. Soler and R. Zaera. A continuum membrane model for small deformations of a spider orb-web. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 93, 610-633, 2017.

Conferences List of international confereces in which the author has been the oral speaker.

- A. Soler and R. Zaera. The relevance of the secondary frame in the structural response of spider orb webs upon prey impact. *Annual International Workshop on Dynamic Behaviour of Structures and Materials, Interaction and Fritcion Across the Strain Rates*. London, United Kingdom, August, 2015.
- A. Soler and R. Zaera. How boundaries of the capture zone affects the mechanical Response of orb webs under dynamic loads. *IX European Solid Mechanics Conference*. Madrid, Spain, June, 2015.

Bibliografía

- [1] M. Alam and C. Jenkins. Damage tolerance in naturally compliant structures. *International Journal of Damage Mechanics*, 14: 365–384, 2005.
- [2] M. Alam, M. Wahab, and C. Jenkins. Mechanics in naturally compliant structures. *Mechanics of Materials*, 39:145–160, 2007.
- [3] Y. Aoyanagi and K. Okumura. Simple model for the mechanics of spider webs. *Physical Review Letters*, 104:038102, 2010.
- [4] K. Augsten, P. Muehlig, and C. Herrmann. Glycoproteins and skin-core structure in nephila clavipes spider silk observed by light and electron microscopy. *Scanning*, 22(1):12–15, 2000.
- [5] F. Barth and Geethhabali. Spider vibration receptors: threshold curves of individual slits in the metatarsal lyriform organ. *Journal of comparative physiology*, 148(2):175–185, 1982.
- [6] F. I. Bell, I. J. McEwen, and C. Viney. Fibre science: Supercontraction stress in wet spider dragline. *Nature*, 416(6876): 37–37, 2002.
- [7] J. S. Bergstrom. *Mechanics of solid polymers: theory and computational modeling*. William Andrew, 2015.
- [8] T. Blackledge, R. Cardullo, and C. Hayashi. Polarized light microscopy, variability in spider silk diameters, and the mechanical characterization of spider silk. *Invertebrate Biology*, 124:165–173, 2005.
- [9] T. Blackledge, M. Kuntner, and I. Agnarsson. The form and function of spider orb webs: evolution from silk to ecosystems. *Advances in Insect Physiology*, 41:175–262, 2011.

Bibliografía

- [10] T. A. Blackledge and C. Y. Hayashi. Silken toolkits: biomechanics of silk fibers spun by the orb web spider *argiope argentata* (fabricius 1775). *Journal of Experimental Biology*, 209(13):2452–2461, 2006.
- [11] T. A. Blackledge, C. Boutry, S.-C. Wong, A. Baji, A. Dhinojwala, V. Sahni, and I. Agnarsson. How super is supercontraction? persistent versus cyclic responses to humidity in spider dragline silk. *Journal of Experimental Biology*, 212(13):1981–1989, 2009.
- [12] J. E. Bond, N. L. Garrison, C. A. Hamilton, R. L. Godwin, M. Hedin, and I. Agnarsson. Phylogenomics resolves a spider backbone phylogeny and rejects a prevailing paradigm for orb web evolution. *Current Biology*, 24(15):1765–1771, 2014.
- [13] C. Boutry and T. Blackledge. Biomechanical variation of silk links spinning plasticity to spider web function. *Zoology*, 112:451–460, 2009.
- [14] C. Boutry and T. A. Blackledge. Wet webs work better: humidity, supercontraction and the performance of spider orb webs. *Journal of Experimental Biology*, 216(19):3606–3610, 2013.
- [15] C. Boutry and T. A. Blackledge. Evolution of supercontraction in spider silk: structure–function relationship from tarantulas to orb-weavers. *Journal of Experimental Biology*, 213(20):3505–3514, 2010.
- [16] C. Boys. The influence of a tuning-fork on the garden spider. *Nature*, 23:149–150, 1880.
- [17] C. Craig. The ecological and evolutionary interdependence between architecture and web silk spun by orb web weaving spiders. *Biological Journal of the Linnean Society*, 30:135–162, 1987.
- [18] S. W. Cranford, A. Tarakanova, N. M. Pugno, and M. J. Buehler. Nonlinear material behaviour of spider silk yields robust webs. *Nature*, 482(7383):72–76, 2012.
- [19] S. Cranford, A. Tarakanova, N. Pugno, and M. Buehler. Nonlinear material behaviour of spider silk yields robust webs. *Nature*, 482:72–76, 2012.

- [20] P. Cunniff, A. Fossey, M. Auerbach, J. Song, D. Kaplan, W. Adams, R. Eby, D. Mahoney, and D. Vezie. Mechanical and thermal properties of dragline spider silk from the spider *nephila clavipes*. *Polymers for Advanced Technologies*, 5:401–410, 1994.
- [21] E. A. de Souza Neto, D. Peric, and D. R. J. Owen. *Computational methods for plasticity: theory and applications*. John Wiley & Sons, 2011.
- [22] D. De Tommasi, G. Puglisi, and G. Saccomandi. A micromechanics-based model for the mullins effect. *Journal of Rheology*, 50(4):495–512, 2006.
- [23] D. De Tommasi, G. Puglisi, and G. Saccomandi. Localized versus diffuse damage in amorphous materials. *Physical review letters*, 100(8):085502, 2008.
- [24] D. De Tommasi, G. Puglisi, and G. Saccomandi. Damage, self-healing, and hysteresis in spider silks. *Biophysical journal*, 98(9):1941–1948, 2010.
- [25] M. Denny. The physical properties of spider’s silk and their role in the design of orb-webs. *Exp Biol*, 65:483–506, 1976.
- [26] D. Drodge, B. Mortimer, C. Holland, and C. Siviour. Ballistic impact to access the high-rate behaviour of individual silk fibres. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 60:1710–1721, 2012.
- [27] W. Eberhard. Construction behaviour and the distribution of tensions in orb webs. *Bulletin-British Arachnological Society*, 1981.
- [28] W. G. Eberhard. The ecology of the web of *ofuloborus diversus* (araneae: Uloboridae). *Oecologia*, 6(4):328–342, 1971.
- [29] W. G. Eberhard. Effects of orb-web geometry on prey interception and retention. *Spiders: webs, behavior, and evolution*, pages 70–100, 1986.
- [30] W. G. Eberhard. Early stages of orb construction by *philoponella vicina*, *leucauge mariana*, and *nephila clavipes* (araneae, uloboridae and tetragnathidae), and their phylogenetic implications. *The Journal of Arachnology*, 18(2):205–234, 1990. ISSN 01618202, 19372396.

Bibliografía

- [31] W. G. Eberhard. The rare large prey hypothesis for orb web evolution: a critique. *Journal of Arachnology*, 41(1):76–80, 2013.
- [32] R. Fernández, G. Hormiga, and G. Giribet. Phylogenomic analysis of spiders reveals nonmonophyly of orb weavers. *Current Biology*, 24(15):1772–1777, 2014.
- [33] R. F. Foelix et al. *Biology of spiders*. Harvard University Press, 1982.
- [34] C. Frohlich and R. E. Buskirk. Transmission and attenuation of vibration in orb spider webs. *Journal of Theoretical Biology*, 95(1): 13–36, 1982.
- [35] J. Gosline, P. Guerette, C. Ortlepp, and K. Savage. The mechanical design of spider silks: from fibroin sequence to mechanical function. *J. Exp. Biol.*, 202:3295–3303, 1999.
- [36] J. M. Gosline, M. W. Denny, and M. E. DeMont. Spider silk as rubber. *Nature*, 309(5968):551–552, 1984.
- [37] J. M. Gosline, M. E. DeMont, and M. W. Denny. The structure and properties of spider silk. *Endeavour*, 10(1):37–43, 1986.
- [38] C. E. Griswold, J. A. Coddington, G. Hormiga, and N. Scharff. Phylogeny of the orb-web building spiders (araneae, orbiculariae: Deinopoidea, araneoidea). *Zoological Journal of the Linnean Society*, 123(1):1–99, 1998.
- [39] J. Guan, F. Vollrath, and D. Porter. Two mechanisms for supercontraction in nephila spider dragline silk. *Biomacromolecules*, 12(11):4030–4035, 2011.
- [40] J. Guan, D. Porter, and F. Vollrath. Silks cope with stress by tuning their mechanical properties under load. *Polymer*, 53(13): 2717–2726, 2012.
- [41] G. Guinea, M. Elices, J. Perez-Rigueiro, and G. Plaza. Self-tightening of spider silk fibers induced by moisture. *Polymer*, 44(19):5785–5788, 2003.
- [42] G. Guinea, M. Elices, J. Pérez-Rigueiro, and G. Plaza. Stretching of supercontracted fibers: a link between spinning and the variability of spider silk. *J. Exp. Biol.*, 208:25–30, 2005.

- [43] G. Guinea, J. Pérez-Rigueiro, G. Plaza, and M. Elices. Volume constancy during stretching of spider silk. *Biomacromolecules*, 7: 2173–2177, 2006.
- [44] C. Y. Hayashi and R. V. Lewis. Evidence from flagelliform silk cdna for the structural basis of elasticity and modular nature of spider silks. *Journal of molecular biology*, 275(5):773–784, 1998.
- [45] A. M. Heiling and M. E. Herberstein. Interpretations of orb-web variability: a review of past and current ideas. *Ekologia(Bratislava)/Ecology(Bratislava)*, 19:97–106, 2000.
- [46] R. Hergenröder and F. G. Barth. Vibratory signals and spider behavior: how do the sensory inputs from the eight legs interact in orientation? *Journal of Comparative Physiology A: Neuroethology, Sensory, Neural, and Behavioral Physiology*, 152(3):361–371, 1983.
- [47] T. Hesselberg and F. Vollrath. The mechanical properties of the non-sticky spiral in nephila orb web (araneae, nephilidae. *Experimental Biology*, 215:3362–3369, 2012.
- [48] C. Hieber. Orb-web orientation and modification by the spiders *Araneus diadematus* and *Araneus Gemmoides* (Araneae: Araneidae) in response to wind and light. *Z. Tierpsychol*, 65: 250–260, 1984.
- [49] G. A. Holzapfel. *Nonlinear solid mechanics*, volume 24. Wiley Chichester, 2000.
- [50] G. Hormiga and C. E. Griswold. Systematics, phylogeny, and evolution of orb-weaving spiders. *Annual review of entomology*, 59: 487–512, 2014.
- [51] M. Hudspeth, X. Nie, W. Chen, and R. Lewis. Effect of loading rate on mechanical properties and fracture morphology of spider silk. *Biomacromolecules*, 13:2240–2246, 2012.
- [52] K. Jayaweera and B. Mason. The behaviour of freely falling cylinders and cones in a viscous fluid. *Journal of Fluid Mechanics*, 29:709–720, 1965.
- [53] S. Keten and M. Buehler. Nanostructure and molecular mechanics of spider dragline silk protein assemblies. *J. R. Soc. Interface*, 7: 1709–1721, 2010.

Bibliografía

- [54] S. Keten, Z. Xu, B. Ihle, and M. Buehler. Nanoconfinement controls stiffness, strength and mechanical toughness of β -sheet crystals in silk. *Nature Materials*, 9:359–367, 2010.
- [55] D. Klärner and F. G. Barth. Vibratory signals and prey capture in orb-weaving spiders (zygiella x-notata, nephila clavipes; araneidae). *Journal of comparative physiology*, 148(4):445–455, 1982.
- [56] F. Ko and J. Jovicic. Modeling of mechanical properties and structural design of spider web. *Biomacromolecules*, 5:780–785, 2004.
- [57] F. Ko, S. Kawabata, M. Inoue, M. Niwa, S. Fossey, and J. Song. Engineering properties of spider silk. In *Materials Research Society Meeting, Symposium U-Advanced Fibers, Plastics, Laminates and Composites*, 2001.
- [58] T. Köhler and F. Vollrath. Thread biomechanics in the two orb-weaving spiders araneus diadematus (araneae, araneidae) and uloborus walckenaerius (araneae, uloboridae). *Journal of Experimental Zoology Part A: Ecological Genetics and Physiology*, 271(1):1–17, 1995.
- [59] E. Kröner. Allgemeine kontinuumstheorie der versetzungen und eigenspannungen. *Archive for Rational Mechanics and Analysis*, 4: 273–334, 1959.
- [60] H. Lamb. *Hydrodynamics*. Cambridge University Press, Cambridge, 1932.
- [61] M. Landolfi and F. Barth. Vibrations in the orb web of the spider nephila clavipes: cues for discrimination and orientation. *Journal of Comparative Physiology A*, 179(4):493–508, 1996.
- [62] E. Lee. Elastic-plastic deformation at finite strains. *Journal of Applied Mechanics*, 36:1–6, 1969.
- [63] C. Liao, K. Chi, and I. Tso. The effects of wind on trap structural and material properties of a sit-and-wait predator. *Behavioral Ecology*, 20:1196–1203, 2009.
- [64] F. Liesenfeld. Über leistung und sitz des erschütterungssinnes von netzspinnen. *Biol. Zbl*, 80:465–475, 1961.

- [65] L. Lin and W. Sobek. Structural hierarchy in spider webs and spiderweb-type systems. *The Structural Engineer*, 76:59–64, 1998.
- [66] L. Lin, D. Edmonds, and F. Vollrath. Structural engineering of an orb-spider web. *Nature*, 373:146–148, 1995.
- [67] L. H. Lin. The biomechanics of spiders’ silks and orb-webs, 1997.
- [68] Y. Liu, Z. Shao, and F. Vollrath. Extended wet-spinning can modify spider silk properties. *Chemical communications*, (19): 2489–2491, 2005.
- [69] Y. Liu, A. Spönniger, D. Porter, and F. Vollrath. Proline and processing of spider silks. *Biomacromolecules*, 9(1):116–121, 2007.
- [70] I. G. Main. *Vibrations and Waves in Physics*. Cambridge University Press, Cambridge, 007 1993.
- [71] A. A. Maklakov, T. Bilde, and Y. Lubin. Vibratory courtship in a web-building spider: signalling quality or stimulating the female? *Animal Behaviour*, 66(4):623–630, 2003.
- [72] J. F. Marko and E. D. Siggia. Stretching dna. *Macromolecules*, 28 (26):8759–8770, 1995.
- [73] W. M. Masters. Vibrations in the orbwebs of nuctenea sclopetaria (araneidae). *Behavioral ecology and sociobiology*, 15(3):207–215, 1984.
- [74] W. M. Masters and H. Markl. Vibration signal transmission in spider orb webs. *Science*, 213(4505):363–365, 1981.
- [75] W. Masters. Vibrations in the orbwebs of nuctenea sclopetaria (aranediae). ii. prey and wind signals and the spider’s threshold. *Behavioral Ecology and Sociobiology*, 15:217–223, 1984.
- [76] H. C. McCook. *American Spiders and Their Spinningwork: A Natural History of the Orbweaving Spiders of the United States with Special Regard to Their Industry and Habits*, volume 2. Academy of Natural Sciences of Philadelphia., 1890.
- [77] E. Meyer. Neue sinnesbiologische beobachtungen an spinnen. *Zeitschrift für Morphologie und Ökologie der Tiere*, 12(1-2):1–169, 1928.

Bibliografía

- [78] B. Mortimer, S. D. Gordon, C. Holland, C. R. Siviour, F. Vollrath, and J. F. C. Windmill. The speed of sound in silk: Linking material performance to biological function. *Advanced Materials*, 26(30): 5179–5183, 2014.
- [79] L. Mullins. Effect of stretching on the properties of rubber. *Rubber Chemistry and Technology*, 21(2):281–300, 1948.
- [80] L. Mullins and N. Tobin. Theoretical model for the elastic behavior of filler-reinforced vulcanized rubbers. *Rubber Chemistry and Technology*, 30(2):555–571, 1957.
- [81] L. Mullins. Softening of rubber by deformation. *Rubber chemistry and technology*, 42(1):339–362, 1969.
- [82] X. O. Olivella and C. A. de Saracíbar Bosch. *Mecánica de medios continuos para ingenieros*, volume 92. Univ. Politèc. de Catalunya, 2002.
- [83] C. S. Ortlepp and J. M. Gosline. Consequences of forced silking. *Biomacromolecules*, 5(3):727–731, 2004.
- [84] C. Oseen. Über die stokesche formel und über eine verwandte aufgabe in der hydrodynamik. *Arkiv för Matematik, Astronomi och Fysik*, 6:175, 1910.
- [85] P. Papadopoulos, J. Sölter, and F. Kremer. Hierarchies in the structural organization of spider silk—a quantitative model. *Colloid and Polymer Science*, 287(2):231–236, 2009.
- [86] G. W. Peckham and E. G. Peckham. *Some observations on the mental powers of spiders*, volume 2. Ginn, 1887.
- [87] J. Pérez-Rigueiro, M. Elices, J. Antón, and G. Guinea. Resistencia mecánica de la seda de araña argiope lobata obtenida mediante hilado forzoso. *Análes de mecanica de la fractura*, 20:421–426, 2003.
- [88] H. Peters. Kleine beiträge zur biologie der kreuzspinne epeira diademata cl. *Zoomorphology*, 26(3):447–468, 1933.
- [89] N. I. Platnick. *The World Spider Catalog, version 15*. American Museum of Natural History, online at:

- <http://research.amnh.org/entomology/spiders/catalog/index.html>, DOI: 10.5531/db.iz.0001, 2014.
- [90] G. Plaza, A. Musa, J. Pérez-Rigueiro, A. Pons, G. Perea, M. Elices, and G. Guinea. Comparación de la resistencia mecánica y disipación de energía de la seda. *Biomacromolecules*, 7:2173–2177, 2006.
 - [91] D. Porter, J. Guan, and F. Vollrath. Spider silk: super material or thin fibre? *Advanced Materials*, 25(9):1275–1279, 2013.
 - [92] K. Prestwich. The energetics of web-building in spiders. *Comp Biochem Physiol*, 57A:321–326, 1997.
 - [93] N. M. Pugno, S. W. Cranford, and M. J. Buehler. Synergetic material and structure optimization yields robust spider web anchorages. *Small*, 9(16):2747–2756, 2013.
 - [94] Z. Qin, B. G. Compton, J. A. Lewis, and M. J. Buehler. Structural optimization of 3d-printed synthetic spider webs for high strength. *Nature communications*, 6, 2015.
 - [95] K. N. Savage, P. A. Guerette, and J. M. Gosline. Supercontraction stress in spider webs. *Biomacromolecules*, 5(3):675–679, 2004.
 - [96] A. Sensenig, I. Agnarsson, and T. Blackledge. Behavioural and biomaterial coevolution in spider orb webs. *J Evol Biol*, 23: 1839–1856, 2010.
 - [97] A. Sensenig, K. Lorentz, S. Kelly, and T. Blackledge. Spider orb webs rely on the radial threads to absorb prey kinetic energy. *J R Soc Interface*, 9:1880–1891, 2012.
 - [98] Z. Shao and F. Vollrath. The effect of solvents on the contraction and mechanical properties of spider silk. *Polymer*, 40(7):1799–1806, 1999.
 - [99] P. Sherman. The orb web: An energetic & behavioral estimator of a spider’s foraging and reproductive strategies. *Animal Behaviour*, 48:19–34, 1994.
 - [100] Simulia. *ABAQUS/Explicit User’s Manual*. Dassault Systèmes, Providence, USA, v. 6.14.2 edition, 2017.

Bibliografia

- [101] J. Speck and F. G. Barth. Vibration sensitivity of pretarsal slit sensilla in the spider leg. *Journal of Comparative Physiology A: Neuroethology, Sensory, Neural, and Behavioral Physiology*, 148 (2):187–194, 1982.
- [102] A. Sponner, W. Vater, S. Monajembashi, E. Unger, F. Grosse, and K. Weisshart. Composition and hierarchical organisation of a spider silk. *PloS one*, 2(10):e998, 2007.
- [103] R. B. Suter. *Cyclosa turbinata* (araneae, araneidae): prey discrimination via web-borne vibrations. *Behavioral Ecology and Sociobiology*, 3(3):283–296, 1978.
- [104] A. Tarakanova and M. Buehler. The role of capture spiral silk properties in the diversification of orb webs. *J R Soc Interface*, 9: 3240–3248, 2012.
- [105] A. Tarakanova and M. Buehler. A materiomics approach to spider silk: Protein molecules to webs. *JOM*, 2012.
- [106] M. Tarsitano, R. R. Jackson, and W. H. Kirchner. Signals and signal choices made by the araneophagic jumping spider *portia fimbriata* while hunting the orb-weaving web spiders *zygiella x-notata* and *zosis geniculatus*. *Ethology*, 106(7):595–615, 2000.
- [107] A. Terán-Gilmore and J. Jirsa. The concept of cumulative ductility strength spectra and its use within performance-based seismic design. *ISET Journal of Earthquake Technology*, 41:183–200, 2004.
- [108] E. R. Tew, A. Adamson, and T. Hesselberg. The web repair behaviour of an orb spider. *Animal Behaviour*, 103:137 – 146, 2015.
- [109] D. Tritton. Experiments on the flow past a circular cylinder at low reynolds number. *Journal of Fluid Mechanics*, 37:574–567, 1959.
- [110] D. Tritton. *Physical Fluid Dynamics*. Oxford University Press, England, 1988.
- [111] J. Van Beek, S. Hess, F. Vollrath, and B. Meier. The molecular structure of spider dragline silk: folding and orientation of the protein backbone. *Proceedings of the National Academy of Sciences*, 99(16):10266–10271, 2002.

- [112] S. Venner and J. Casas. Spider webs designed for rare but life-saving catches. *Proceedings of the Royal Society of London B: Biological Sciences*, 272(1572):1587–1592, 2005.
- [113] F. Vollrath. Web masters. *Nature*, 426:121–122, 2003.
- [114] F. Vollrath, M. Downes, and S. Krackow. Design variability in web geometry of an orb-weaving spider. *Physiology & Behavior*, 62:735–743, 1997.
- [115] F. Vollrath. Vibrations: their signal function for a spider kleptoparasite. *Science*, 205(4411):1149–1151, 1979.
- [116] F. Vollrath and D. T. Edmonds. Modulation of the mechanical properties of spider silk by coating with water. *Nature*, 340(6231):305–307, 1989.
- [117] F. Vollrath and D. P. Knight. Liquid crystalline spinning of spider silk. *Nature*, 410(6828):541–548, 2001.
- [118] F. Vollrath, B. Madsen, and Z. Shao. The effect of spinning conditions on the mechanics of a spider’s dragline silk. *Proceedings of the Royal Society of London B: Biological Sciences*, 268(1483):2339–2346, 2001.
- [119] C. Walcott. The effect of the web on vibration sensitivity in the spider, *achaearanea tepidariorum* (koch). *Journal of Experimental Biology*, 40(4):595–611, 1963.
- [120] C. Walcott and W. Van der Kloot. The physiology of the spider vibration receptor. *Journal of Experimental Zoology Part A: Ecological Genetics and Physiology*, 141(2):191–244, 1959.
- [121] T. Watanabe. Web tuning of an orb-web spider, *octonoba sybotides*, regulates prey-catching behaviour. *Proceedings of the Royal Society of London B: Biological Sciences*, 267(1443):565–569, 2000.
- [122] H. Wiehle. Beiträge zur kenntnis des radnetzbaues der epeiriden, tetragnathiden und uloboriden. *Zeitschrift für Morphologie und Ökologie der Tiere*, 8(3-4):468–537, 1927.
- [123] E. Wirth and F. Barth. Forces in the spider orb web. *Journal of Comparative Physiology A*, 171:359–371, 1992.

Bibliografía

- [124] R. W. Work. Dimensions, birefringences, and force-elongation behavior of major and minor ampullate silk fibers from orb-web-spinning spiders—the effects of wetting on these properties. *Textile Research Journal*, 47(10):650–662, 1977.
- [125] R. W. Work. A comparative study of the supercontraction of major ampullate silk fibers of orb-web-building spiders (araneae). *Journal of Arachnology*, pages 299–308, 1981.
- [126] R. W. Work. Viscoelastic behaviour and wet supercontraction of major ampullate silk fibres of certain orb-web-building spiders (araneae). *J. exp. Biol*, 118:379–404, 1985.
- [127] C. Wu, S. Blamires, C. Wu, and I. Tso. Wind induces variations in spider web geometry and sticky spiral droplet volume. *J Exp Biol*, 216:3342–3349, 2013.
- [128] R. Zaera and V. Sánchez-Gálvez. Analytical modelling of normal and oblique ballistic impact on ceramic/metal lightweight armours. *Int J Impact Engng*, 21:133–148, 1998.
- [129] R. Zaera, S. Sánchez-Sáez, J. Pérez-Castellanos, and C. Navarro. Modelling of the adhesive layer in mixed ceramic/metal armours subjected to impact. *Composites: Part A*, 31:823–833, 2000.
- [130] R. Zaera, A. Soler, and J. Teus. Uncovering changes in spider orb-web topology owing to aerodynamic effects. *J. R. Soc. Interface*, 11:20140484, 2014.
- [131] S. Zschokke. Nomenclature of the orb-web. *Journal Arachnol*, 27: 542–546, 1999.
- [132] S. Zschokke. Web construction behaviour of the orb weaving spider *araneus diadematus* cl. *PhD thesis, Basel University*, 1994.
- [133] S. Zschokke. Early stages of orb web construction in *araneus diadematus* clerck. *Revue Suisse de Zoologie volume hors série*, 2: 709–720, 1996.
- [134] S. Zschokke. Form and function of the orb-web. *European arachnology*, pages 99–106, 2000.

- [135] S. Zschokke. Radius construction and structure in the orb-web of *Zilla diodia* (araneidae). *Journal of Comparative Physiology A: Neuroethology, Sensory, Neural, and Behavioral Physiology*, 186(10):999–1005, 2000.
- [136] S. Zschokke and F. Vollrath. Web construction patterns in a range of orb-weaving spiders (araneae). *European Journal of Entomology*, 92(3):523–541, 1995.



uc3m

Universidad **Carlos III** de Madrid

Departamento de Mecánica de
Medios Continuos y Teoría de Estructuras